# Vánoční pravděpodobnost

Anča Chejnovská

Abstrakt. Na přednášce se budeme zabývat počítáním úloh z pravděpodobnosti různé obtížnosti.

**Příklad 1.** (Kostičky) Jiljí dostal pod stromeček hrací kostky po babičce – mají tvar čtyřstěnu a jsou na nich čísla od 1 do 4 (každé právě jednou). Jiljího by velmi zajímalo, jaká je pravděpodobnost, že

(i) při hodu čtyřmi kostkami padnou vesměs různá čísla,
(ii) součet čísel hozených na dvou kostkách bude sudý (lichý).

**Příklad 2.** (Kuličky) Josefka pro změnu dostala pytlík skleněnek. Celkem jich je 100, z toho 30 zelených a ostatní modré. Pokud Josefa náhodně vytáhne 5 kuliček, jaká je pravděpodobnost, že nejvýše dvě budou zelené? A jaká, že právě dvě budou zelené?

**Příklad 3.** (Narozeniny) Všech dvacet pět organizítorů Prasátka se sešlo na vánoční besídce. Rozhodli se, že si dárky budou rozdělovat podle toho, kdy mají narozeniny. Při té příležitosti zjistili, že Helča s Romanem mají narozeniny ve stejný den. S jakou pravděpodobností se mělo něco takového stát?

**Příklad 4.** (Jízda za komercí) Amálie stopuje, protože se potřebuje dostat do obchodního centra. Pravděpodobnost, že v nejbližších 20 minutách stopne auto, je $\frac{609}{625}$. Pokud je šance na stopnutí auta v každém okamžiku stejná, jaká je pravděpodobnost, že Amálii zastaví auto do pěti minut? (Náboj 2012)

**Příklad 5.** (Kostičky) Marián a Marie dostali pod stromeček hrací kostky. Marián dostal jednu 20-stěnnou a Marie tři 6-stěnné. Jaká je pravděpodobnost, že hodí-li si oba svými kostkami, padne na té Mariánově větší hodnota než na všech Mariiných dohromady? (Náboj 2012)

**Příklad 6.** (Nebeská doprava) Andělíček jezdí z práce nebeskou mrakovou MHD. Pracovní dobu nemá stálou, takže na zastávku přichází pokaždé ve zcela náhodný čas. Jedním směrem bydlí jeho maminka, druhým směrem Andělka. Andělíček vždy nasedne na ten obláček, který přijede dřív, a povečeří buď s maminkou, nebo s Andělkou. Po půl roce zjistil, že s Andělkou večeřel čtyřikrát častěji než s maminkou. Jak je to možné? Intervaly obláčků jsou samozřejmě v obou směrech stejné.

**Příklad 7.** (Čísílka) Máme tři čísla $x$, $y$, $z$, každé z nich zvolíme náhodně z intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Jaká je pravděpodobnost, že bude platit

(i) $x + y + z \geq 1$,
(ii) $xyz \leq \frac{1}{2}$,
(iii) obojí současně?

**Příklad 8.** (Hrozinky) Noemi už nebavilo péct cukroví, a tak vymyslela hru, která spočívá v házení hrozinek na stůl se čtverečkovaným ubrusem. Vždy se snaží hrozinku hodit tak, aby celá zůstala ležet uvnitř některého čtverečku. Jakou má Noemi šanci, že se trefí hned na první pokus? Strana jednoho čtverečku je jeden centimetr a hrozinka má v průměru tři čtvrtě centimetru.

**Příklad 9.** (Andělský turnaj) V andělském turnaji se soutěží o to, kdo zabalí za daný časový úsek nejvíce dárků. Takový turnaj vypadá podobně jako tenisový – na začátku se všichni rozlosují do „pavouka“ a do dalšího kola postupují vždy vítězové předchozího. Předpokládejme, že nejšikovnější anděl, archanděl Gabriel, vždycky porazí všechny ostatní a druhý nejšikovnější, archanděl Michael, zase všechny zbývající. Poražený ve finále získává čtyřdenní dovolenou od andělských povinností, vítěz týdenní. Jaká je pravděpodobnost, že čtyřdenní volno získá archanděl Michael?

**Příklad 10.** (Ozdoby) Alice a Bob si házejí vánočními ozdobami. Každý z nich má nějakou pravděpodobnost, že vyhraje (neupustí ozdobu), když začíná. Můžou hrát podle dvou možných schémat: a) První začíná Alice a pak se v začínání střídají. b) První začíná Alice a pak vždy ten, kdo vyhrál predchozí přehazování. Dokaž, že šance hráčů na celkovou výhru (tzn. na výhru $n$ přehazování, kde $n$ je předem stanovené číslo) nezávisí na volbě schématu.

## Literatura a zdroje

[1] S. Kowal: *Matematika pro volné chvíle*
[2] F. Mostller: *Fifty challenging problems in probability*

Chtěla bych poděkovat Alče Skálové, z jejíhož příspěvku jsem čerpala.