

# Teorie uzlů

Jiří Koula

Teorie uzlů je odvětví topologie zabývající se uzly a linky. Na začátek jednu matematickou definici.

**Definice.** *Uzel je uzavřená, jednodimenzionální neprotínající se křivka v trojrozměrném prostoru.*

A nyní trochu „lidských“ definic:

**Definice.** *Uzel je zašmodrchaný tenký provázek se spojenými konci.*

**Definice.** *Neuzel je nezašmodrchané kolečko z provázku.*

**Definice.** *Link je skupina uzlů nebo neuzlů, které mohou být všelijak propletené.*

**Definice.** *Nakreslení (projekce, diagram) uzlu je to, jak vypadá na tabuli.*

**Definice.** *Orientovaný diagram je digram se zvoleným směrem, jak se po provázku pohybujeme.*

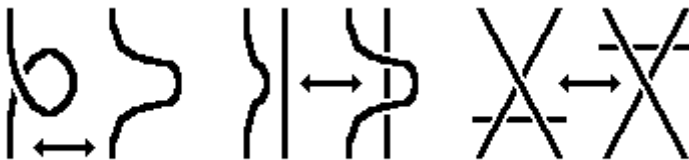
## O co jde

Obsah této přednášky lze shrnout do jedné otázky: Jsou dané dva uzly stejné? Jinými slovy se budeme zajímat o to, když dostaneme dva uzly, zda je možno jeden převést na druhý, aniž bychom stříhali provázek. Motivační příklad: Jsou následující dva uzly stejné?



Následuje ještě několik pojmů, kterými se budeme na přednášce zabývat:

## Reidemeisterovy pohyby.



**Definice.** *Obloukem daného uzlu budeme rozumět každou maximální souvislou část uzlu, která prochází v každém křížení horem (ve všech obrázcích jsou to tedy prostě maximální nepřerušené čáry).*

**Definice.** *Uzel je  $p$ -obarvitelný (pro liché prvočíslo  $p$ ), pokud každému jeho oblouku lze přiřadit přirozené číslo z intervalu  $0, \dots, p-1$ , přičemž jsou splněny podmínky:*

- (1) *na každém křížení (označíme-li  $a$  a  $b$  barvy oblouků majících konec v křížení a  $c$  barvu oblouku procházejícího křížením) platí  $a + b \equiv 2c \pmod{p}$ .*
- (2) *jsou použity alespoň dvě barvy.*

**Poznámka.** Všimněme si, že v případě  $p = 3$  podmínka (1) říká, že tři oblouky stýkající se v jednom křížení mají buď všechny stejnou nebo všechny různou barvu.

Následující pravidla vysvětlím na přednášce:

**Definice.** (Pravidla pro Jonesův polynom)

- (1)  $V_U(t) = 1$ .
- (2)  $t^{-1} \cdot V_{L_+}(t) - t \cdot V_{L_-}(t) = (t^{1/2} - t^{-1/2}) \cdot V_{L_0}(t)$ .

**Definice.** (Pravidla pro HOMFLY polynom)

- (1)  $P(U) = 1$ .
- (2)  $l \cdot P(L_+) + l^{-1} \cdot P(L_-) + m \cdot P(L_0) = 0$ .

*A na závěr ještě typy křížení uvedené v předchozích pravidlech:*

