

Stereometria bez počítania

Zuzka Pôbišová

Definícia. *Stereometria je geometria v priestore.*

V škole si sa možno so stereometriou stretol, keď ste počítali nejaké povrchy a objemy alebo rezali kocku, prípadne iné telesá. A keďže teraz nič počítať nebudeme, budeme sa uberať skôr tou druhou cestou.

Definícia. *Rez telesa je prienik telesa s reznou rovinou. Obrysom rezu je rovinná krivka.*

Príklad 1. Čo môže byť rezom kocky?

Definícia. *Mnohosten je teleso ohraničené niekoľkými rovinami (ich časťami).*

Príklad 2. Čo môže byť rezom všeobecného mnohostenu?

Poznáme ale aj iné telesá, nie len hranaté. Napríklad guľu, valec, kužeľ. Pri týchto telesách si už s rovinami nevystačíme. Možno si už počul slovné spojenia guľová plocha, valcová plocha, kužeľová plocha, ... Plochu si môžeš predstaviť ako „pokrivenú“ rovinu. Spomínané plochy nie sú zďaleka jediné, existuje niekoľko druhov plôch:

- (i) rotačné plochy – sú určené osou rotácie o a rovinnou krivkou k (hlavný meridián), ktoré ležia v jednej rovine; rotačná plocha vznikne rotáciou k okolo o ; príkladom rotačnej plochy je guľa, valec, kužeľ, rotačný elipsoid, anuloid, paraboloid, hyperboloid ...
- (ii) translačné plochy – sú určené dvomi rovinnými krivkami k a l ktoré majú spoločný bod; translačná plocha vznikne posúvaním k po l ; príkladom translačnej plochy je rovina, valec, hyperbolický paraboloid, ...
- (iii) skrutkové plochy (česky šroubové) – sú určené skrutkovým pohybom (os a výška závit) a krivkou k ; skrutková plocha vznikne skrutkovaním k ; príkladom skrutkovej plochy je rovina dotyčníc skrutkovice, Archimedova serpentína, ...
- (iv) priamkové plochy, konoidy a kvadratické priamkové plochy¹
- (v) všeobecné

Príklad 3. Aká plocha vznikne rotáciou priamky k okolo osi o , ak k je mimo-bežná s o ?

Vráťme sa teda k definícii telesa.

¹Neboj sa všetkých tých krkolomných názvov, budeme sa zaoberať hlavne jednoduchšími plochami, tie ostatné uvádzam len pre zaujímavosť.

Definícia. *Teleso je ohraničené plochami, alebo ich časťami (rovina je špeciálny prípad plochy).*

Napríklad kužeľ je ohraničený rotačnou kužeľovou plochou a podstavnou rovinou. Rezom kužeľa sú kužeľosečky alebo ich časti. Pre nás sú zaujímavé hlavne regulárne kužeľosečky.

- (i) parabola – vznikne keď kužeľovú plochu režeme rovinou, ktorá zvierá s rovinou podstavy uhol δ , ktorý je rovanako veľký ako uhol β , ktorý zvierajú povrchové priamky kužeľovej plochy s rovinou podstavy
- (ii) hyperbola – vznikne, keď $\delta > \beta$
- (iii) elipsa – vznikne, keď $\delta < \beta$

Príklad 4. Čo môže byť rezom valca? Dokáž.

Príklad 5. Čo môže byť rezom rotačného elipsoidu? Dokáž.

Doteraz sme sa zaoberali len rezmí, ktoré teleso naozaj rezali. Vynechali sme prípady, keď sa rezová rovina telesa len dotýka. Napríklad singularne kužeľosečky, rovina dotýkajúca sa rohu kocky, ... Takéto roviny by sme asi intuitívne nazvali dotyčnicové (česky tečné), keď sa dotýkajú. Ako ale neskôr zistíš, takáto intuitívna definícia by určite nefungovala, lebo nie každá rovina, ktorá sa telesa dotýka je dotyčnicová a nie každá dotyčnicová rovina sa telesa len dotýka. Dotyčnicovú rovinu vždy určujeme k ploche a v jednom konkrétnom bode.

Definícia. *Dotyčnicová rovina plochy v bode X je rovina² dotyčníc ku všetkým povrchovým krivkám plochy prechádzajúcim bodom X .*

Takže napríklad keď si vezmeme rovinu a dve priamky v nej ležiace, ich dotyčnice sú s nimi totožné, teda dotyčnicová rovina k rovine je rovina s ňou totožná. To znamená, že dotyčnicová rovina kocky je jedine rovina niektorej jej steny a nie rovina, ktorá sa len dotýka vrcholu alebo hrany. Povrchové krivky gule sú kružnice a ich dotyčnice sú kolmé na priemer gule, preto aj dotyčnicová rovina gule je kolmá na jej priemer.

Príklad 6. Anuloid je rotačná plocha určená osou o a kružnicou k ; o nepretína k ; o a k ležia v jednej rovine. Ako vyzerá dotyčnicová rovina k anuloidu v bode, ktorý je najbližšie k osi?

Príklad 7. Aké telesá majú dotyčnicové roviny, ktoré ich režú?

²Takto by sa dotyčnicová rovina určovala ťažko, preto sa vždy zvolia dve vhodné povrchové priamky a ich dotyčnicami je už rovina jednoznačne určená.