Kdyby Eukleides žil v Japonsku

Monča Pospíšilová

Při této přednášce budeš mít za úkol sestrojit všechno možné jen pomocí ohýbání papíru, podobně jako při origami. Ovšem protože je přednáška matematická a ne umělecká, raději se dohodneme, jaké ohýbání bude dovolené. Určíme si šest axiomů přehýbací geometrie, tedy šest akcí, které můžeme provádět.

(A1) Máme-li dány na papíře body A a B, umíme udělat přehyb, který jimi prochází (papír přehneme v přímce procházející oběma body).

(A2) Máme-li dány body A a B, umíme udělat přehyb, aby bod A ležel na bodu B (body dáme prostě na sebe a přehneme, vytvoříme tak vlastně osu úsečky AB).

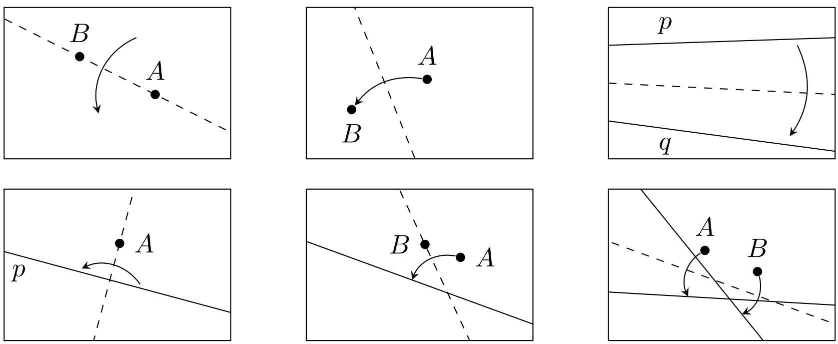
(A3) Máme-li dány dvě přímky p a q, umíme udělat přehyb takový, že p bude ležet na q.

(A4) Máme-li dán bod A a přímku p, umíme udělat přehyb kolmý na p procházející A.

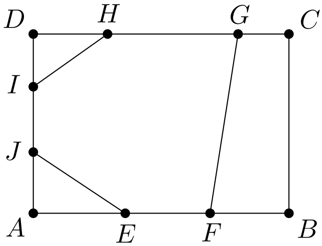
(A5) Máme-li dány body A a B a přímku p, umíme udělat přehyb procházející B takový, že A bude ležet na p (to už vyžaduje jistou dávku šikovnosti, přesto to proveditelné je).

(A6) Máme-li dány body A, B a přímky p, q, umíme udělat přehyb takový, že A bude ležet na p a B na q.

Pro názornost ještě axiomy v obrázcích:



Příklad 1. Na stranách obdélníkového papíru $ABCD$ formátu A4 jsou nakreslené body E, F, G, H, I, J jako na obrázku. Poskládejte střed kružnice vepsané trojúhelníku určenému přímkami EJ, FG a HI.



Příklad 2. Obarvěme jednu stranu papíru bíle a druhou černě. Poskládání papíru nazveme *vyvážené*, pokud pro každý bod při pohledu shora vidíme (i skrz) stejně bílých i černých stran (příklad: přehneme-li obdélník napůl, máme vyvážené poskládání, přehneme-li ho na třetiny, pak nikoliv).

Ukažte, že máme-li obdélník takový, že poměr délek jeho stran je racionální číslo, potom z tohoto obdélníku je možné poskládat čtverec tak, že toto poskládání bude vyvážené.

Příklad 3. Nechť $v_d > 2v_b$. Dokažte, že existuje nekonvexní čtyřúhelník $ABCD$ takový, že úhel u vrcholu B je větší než $180°$, výška trojúhelníku ABC z vrcholu B je rovna v_b, výška trojúhelníku ADC z vrcholu D je rovna v_d a ze čtyřúhelníku $ABCD$ lze poskládat čtyřstěn (pozor, ať neposkládáte „placku“).

Příklad 4. Poskládejte rovnostranný trojúhelník, máte-li dány dva jeho vrcholy. Je-li více možností, stačí nám jedna z nich.

Příklad 5. Je dán obdélníkový list papíru, obdélník tvořící papír označme R. Napřehýbejte **pouze pomocí axiomu (A2)** vrcholy obdélníku O takového, že O je podobný R a delší strana O má stejnou délku jako kratší strana R.

Příklad 6. Je dán čtvercový list papíru s vrcholy čtverce A, B, C, D (v tomto pořadí). Na straně AB je dán bod X_1. Napřehýbejte všechny body X_2 na straně BC takové, aby $X_1 = X_5$ při následujícím postupu skládání: Bod X_3 je bod na straně CD takový, že když přeložíme papír podél úseček X_1X_2 a X_2X_3, potom (přeložené) přímky BX_2 a CX_2 splývají (bod X_4 na straně DA a bod X_5 na AB získáme podobně).

Příklad 7. Mějme na papíře tři body, které tvoří trojúhelník. Poskládejte čtverec o stejném obsahu, jako má trojúhelník.

Příklad 8. Rozdělte zadaný úhel na třetiny.

Literatura

Přednáška je převzatá z 6. série 24. ročníku MKS:
http://mks.mff.cuni.cz/archive/24/6.pdf.