

Náhodné příklady z pravděpodobnosti

Martin Tancer

Přednáška se bude týkat některých témat z pravděpodobnosti. Nebude cílem si tu formálně zavést, co to pravděpodobnost je – budeme se spoléhat spíš na intuici. Mělo by se jednat o méně náročnou přednášku (po matematické stránce).

Přednáška bude příkladová, ale nebude se jednat o klasické typy příkladů jako z matematické olympiády (beztak pravděpodobnost na olympiádě nebývá). Spíš se bude jednat o příklady, které mají nějaký zajímavý a občas i nečekaný výsledek. Zde si můžeš přečíst příklady, kterými se na přednášce budeme zabývat – ke každému si vždy ještě řekneme nějaké obecnější pozadí.

Příklad. Krtečci hrají „Krtečku nezlob se!“ s poměrně neobvyklou hrací kostkou. Má dvě stěny s jedním obrázkem krtečka a po jedné stěně postupně se třemi, čtyřmi, pěti, šesti a sedmi obrázky krtečka. Určete pravděpodobnost, že při hodu dvěma takovými kostkami padne dohromady sedm krtečků.

Příklad. V noře je 23 krtečků. Jaká je pravděpodobnost, že jsou mezi nimi dva, co mají narozeniny ve stejný den.

Příklad. Někteří krtečci trpí zákeřnou krtčí žížalovkou. Touto chorobou trpí 0,01% krtčí populace. Na žížalovku existuje test s následující úspěšností: pokud krteček žížalovkou netrpí, tak mu test na 98% odpoví, že chorobu nemá (a na 2%, že má), pokud chorobou trpí, tak mu na 90% odpoví, že chorobu má (a na 10%, že nemá). Jeden krteček si zašel nechat udělat test, a ten mu odpověděl, že chorobu má. Určete pravděpodobnost, že chorobu opravdu má.

Příklad. Krteček kope tunel. V každém kroku si náhodně vybere, jestli bude kopat šikmo doprava dopředu nebo šikmo doleva dopředu. Drobný háček je v tom, že napravo i nalevo od krtečka je nekonečně dlouhá skála (která je ve vzdálenosti 2 od počáteční polohy krtečka). Určete pravděpodobnost, že krteček prvně narazí do skály napravo, a pravděpodobnost, že prvně narazí do skály nalevo. Jak dlouho bude v průměru trvat, než narazí do nějaké skály?

Příklad. Krtček má 40 krtčích korun. Jeho cílem je v kasinu hrát tak, aby měl 50 korun. Vždy si vybere nějakou částku, kterou vsadí – a vyhraje s pravděpodobností $p < \frac{1}{2}$. Doporučte krtečkovi nějakou strategii, aby měl co největší šanci 50 korun získat. Spočítejte pravděpodobnost, že je získá.