Hry, takmer matematicke

Martin Fraas

Táto prednáška bude venovaná doskovým hrám. Bude skôr oddychová a nebude vyžadoavať žiadne matematické znalosti. Zprvu pojednáme o šachu a potom sa pozrieme na metódy hladania stratégií u rôznych hier.

Šach

Motivačná úloha: Zložil ju nádejný maďarský velmajster Peter Léko a na dlhé hodiny ňou potrápil mnohých veľmajstrov, medzi inými aj samotného Kasparova. Pokúste sa dostať práve štyrmi ťahmi zo základného postavenia pozíciu ktorá vznikne po ťahoch `1.e4 e6 2.Sb5 c6 3.Sxc6 dxc6`.

Poznámka. (O šachovej notácii) Políčka šachovnice sa reprezentujú kartézkym súčinom $\{\mathtt{a},\ldots,\mathtt{h}\} \times \{\mathtt{1},\ldots,\mathtt{8}\}$, pričom pole `a1` je čierne. Figúrky sa (našich končinách) označujú písmenkami: `J` – jazdec, `S` – strelec, `V` – veža, `D` – dáma, `K` – kráľ a pešiak zostáva bez označenia. Zápis `Jc6` značí, že jazdec skočil na `c6`, ak by to náhodou nebolo jednoznačné tak sa dodá `Jbc6` (skákal na `c6` so stĺpca `b`) poprípade `J8c6` (z ôsmej rady). Branie figúrky sa značí `x`.

Na prednáške budú ďalšie problémiky. Ďalej sa pokúsime objasniť ako funguje šachový program a porovnáme to z myslením šachistu. Špeciálne sa pozrieme na databázi koncoviek. Sú to úplné stromy všetkých možných pozícií pre koncovky s menej ako 6 kameňmi. Zaujímavé je, že koncovku dámy a krála proti královi a veži nedokázali nad počítačom vyhrať ani Kasparov s Karpovom. Ujasníme si ešte, že podobný úplný strom nie je možné spraviť pre celú šachovú partiu.

Most

Hrá sa na doske 8×8 a na prvej resp. poslednej rade je postavených osem bielych resp. čiernych kameňov. Ťah spočíva v posunutí jedného kameňa o jedno políčko, nie po diagonále. Vyhráva ten hráč, ktorý buď zablokuje všetky súperove figúrky, alebo postaví na niektorom stĺpci most zo svojich kameňov spojujúci prvú a poslednú radu.

Veta. (O sabotovaní mostov) *Druhý hráč má neprehrávajúcu stratégiu.*

Taktiks

Hru hrajú dvaja hráči. Na začiatku sa rozmiestni do n^2 polí hracej dosky $n \times n$ po 1 hracom kameni. Hráči striedavo odoberajú kamene z hracej dosky, pričom odobrať možno ľubovoľnú súvislú časť riadku alebo stĺpca. (Časť je súvislá ak neobsahuje voľné pole.) Vyhráva hráč, ktorý vezme posledný kameň.

Veta. *Pre párne n vyhráva druhý hráč pre nepárne prvý.*

Hex

Hru vymyslel dánsky básnik a matematik Piet Hein. Máte ľubovoľnú mapu (predstavte si buď Spojené Štáty, alebo štvorčekový papier) na ktorej hráči striedavo ofarbujú územia (každý vlastnou farbou), vyhráva ten komu sa podarí spojiť protiľahlé okraje (tie musia byť samozrejme pri šialene vyzerajúcich mapách vopred určené (to jest napr. východné–západné pobrežie a hranice Kanada–Mexiko)).

Poznámka. V tejto hre neexistuje remíza.

Veta. *Prvý hráč má vyhrávajúcu stratégiu.*

Poznámka. Pre mapy vetších rozmerov ako 7×7 ju nikto nepozná.

Marienbad

Na p kôpkách máte porade $n_1, n_2, \ldots, n_p$ zápaliek. V jednom ťahu je dovolené vziať z ľubovolnej kopy ľubovolný počet zápaliek. Kto zoberie poslednú zápalku vyhráva (resp. prehráva).

Ak n_1 xor n_2 xor $\cdots$ xor $n_p = 2^n - 1$ pre niake vhodné n vyhráva druhý hráč. Inak vyhráva prvý. Kde vhodné n je také, že $2^n > n_i$ pre všetky i.

Black

Veta. (Čierna) *Pre párne n vyhráva black druhý hráč pre nepárne prvý hráč. Pravidlá blacku, pre tých čo ich nepoznajú, až na prednáške.*

A mnohé ďašlie

Hra sa volá, Life, ...