

Čo trápilo našich predkov?

V škole nás učitelia naučili mnoho poznatkov, ktoré vymysleli naši predkovia, ale až na hodinu dejepisu nám skoro nikdy nepovedia ako naši predkovia k takýmto objavom vôbec dospeli. Na tejto prednáške si povieme niekoľko stručných viet o tom, čo trápilo matematikov niekoľko storočí a hlavne si priblížime niekoľko problémov, ktoré ich trápili (popríklad trápia až dodnes).

Jedným z prvých matematikov, o ktorom sa zachovalo dostatočne veľa informácií bol samotný Pytagoras. Ten vo svojej mladosti precestoval veľkú časť vtedy známeho sveta a mohol tak zhromaždiť množstvo poznatkov. Keď sa potom vrátil do svojho rodiska zistil, že jeho vlasť je v rukách krutého tyrana a tak sa rozhodol odísť. Svoje útočisko nakoniec našiel na Krotóne, kde založil bratstvo. Tu sa spolu so svojimi spoločníkmi začal naplno venovať matematike. Poprvýkrát v histórii si uvedomil, že každý matematický poznatok je úplne bezcenný, pokiaľ nie je dokázaný. Preto značnú časť svojho úsilia venoval práve dokazovaniu rôznych viet.

Okrem svojej najslávnejšej vety (keby ste nevedeli, ktorá to je, tak myslím na tú $a^2 + b^2 = c^2$) Pytagoras dokázal mnoho ďalších viet a vymyslel množstvo rôznych problémov. Čo je však zaujímavé, tak Pytagoras celý život veril, že všetko vo vesmíre je riadené prirodzenými a kladnými racionálnymi číslami. Tvrdil, že každé číslo je buď prirodzené alebo sa dá vyjadriť ako podiel dvoch prirodzených čísel. Keď mu potom jeden jeho študent tvrdil, že existuje (kladné) číslo, ktoré sa takto vyjadriť nedá, dal ho Pytagoras údajne utopiť (v čase Pytagora – 6. st. pred Kristom – sa ešte nepoznali záporné čísla a dokonca ani nula).

V spolku tiež hľadali trojice $a, b, c \in \mathbb{N}$, pre ktoré platí $a^2 + b^2 = c^2$. Ďalej sa tiež hľadali dokonalé čísla, to sú tie pre ktoré je súčet všetkých pravých deliteľov daného čísla rovný danému číslu (napríklad číslo 6 je dokonalé, pretože súčet jeho deliteľov je $1 + 2 + 3 = 6$). S dokonalými číslami je spojený nasledujúci problém.

Úloha. Dokážte, že ak $2^n - 1$ je prvočíslo pre nejaké $n \in \mathbb{N}$, tak potom je číslo $2^{n-1}(2^n - 1)$ dokonalé.

Po zániku Pytagorovho spolku sa pár rokov na matematickom poli nič nedialo. Až nakoniec v roku 332 p.n.l. vznikla v Alexandrii knižnica. Jej úlohou malo byť zhromažďovanie všetkých písomností, ktoré sa kedy napísali. Prvým vedúcim matematickej časti nebol nik iný ako Euklides. Jeho najväčším prínosom bolo dielo *Základy*, ktoré sa skladalo z trinástich dielov a obsahovalo v podstate všetko čo bolo dovtedy vymyslené.

Ďalším veľkým mužom tohoto obdobia bol Diofantos, ktorý napísal dielo *Aritmetika*, ktoré sa skladalo z trinástich dielov. Nanešťastie niektoré časti boli zničené a zachovalo sa len niekoľko dielov.

V neskoršom období sa našlo veľa ľudí, ktorí chceli knižnicu v Alexandrii zničiť. Bol to napríklad aj Cézar, o niekoľko rokov po ňom Theodosius a skazu knižnici nakoniec priniesol vpád Arabov v roku 642. V tomto období v Európe nastáva obdobie temného stredoveku, kedy pokrok vedy relatívne stagnoval. Matematika sa počas celých 1000 rokov rozvíjala iba minimálne aj to len vďaka národom žijúcim sa východe. Tieto národy sa postarali napríklad o „objavenie“ čísla nula a nemalý prínos dosiahli vynájdením arabských číslíc.

V 17. storočí sa matematika začala pomaly rozvíjať ďalej. O roku 1621 sa hovorí ako o začiatku druhej zlatej éry matematiky. Medzi najväčších matematikov tejto doby patrili Pierre de Fermat, Descartes a mnohí ďalší. Prekladali sa diela, ktoré boli napísané ešte v období pred stredovekom. V 18. storočí sa potom presadil Euler, ale aj mnohí ďalší. Mimo iné sa skúmali vlastnosti prvočísel a ich uplatnenie vo všetkých možných vedách (tak napríklad neviem, či o tom viete, ale život cykád má s prvočíslami veľa spoločného).

Na prelome 19. a 20. storočia sa do popularity dostávalo množstvo hier, ktoré viac či menej súvisely s matematikou. Jedným z najznámejších problémov bola hra pätnástka (ide o tabuľku 4x4, v ktorej sú rozmiestnené čísla od 1 do 15 a vašou úlohou postupným presúvaním vždy jedného čísla zoradiť čísla od najmenšieho po najväčší). Klasická pätnástka (ako mnohí z vás vedia) je riešiteľná, ale samotný autor ju časom trochu zmodifikoval. A to tak, že v zloženej tabuľke vymenil čísla 14 a 15 a vypísal obrovskú odmenu tomu, kto takúto tabuľku dokáže usporiadať do pôvodného tvaru (možno vás ani neprekvapí, že sa to nikomu nepodarilo).

Význam matematiky potom vzrástol počas svetových vojen. Jednak bolo treba rátať balistické krivky jednotlivých zbraní, ale veľkú úlohu tu zohrávala aj kryptografia, ktorej úlohou bolo kódovať správy tak, aby sa nepriateľ nemohol dozvedieť ich obsah a aby ich potom osoba, ktorej bola správa určená mohol dekodovať naspäť. Na úlohu kódovania správ Nemci počas druhej svetovej vojny vyvinuli na vtedajšiu dobu výborný prístroj s názvom *Enigma*. V tejto dobe spojenci pochopili, že na jeho rozšifrovanie nebudú stačiť ľudia, ktorí túto prácu robili doteraz (robili ju najmä profesionálni vojaci) a tak sa na Enigmu zavolali matematici. Hlavnú úlohu pri rozšifrovaní Enigmy potom zohral Alan Turing. Ale ono to nebolo také jednoduché, pretože aj keď spojenci dokázali čítať nemecké správy, nemohli dať najavo, že to vedia. Preto bolo treba z času na čas nechať nejaké lode na pospas nemeckým ponorkám a tak.

Toto je taký stručný prehľad toho, čo na tejto prednáške bude. Samozrejme budeme sa venovať aj niekoľkým matematickým problémom, ktoré trápili našich predkov, tu je niekoľko z nich:

Úloha. Máme dvojramenné váhy. Kolko najmiej závaží potrebujeme, aby sme mohli odvážiť 1, 2, ..., 40 kilogramov?

Úloha. Dokážte, že pre žiadne $n \in \mathbb{N}$ nevieme v rovine rozmiestniť n bodov tak, aby tieto body neležali na jednej priamke a aby každá priamka určená dvoma bodmi prechádzala aspoň tromi bodmi.

Úloha. Uvažujme troch strelcov. Nech sa prvý trafi s pravdepodobnosťou jedna tretina, druhý s pravdepodobnosťou jedna polovica a tretí sa vždy trafi. Títo traja strelci sa rozhodli ísť na súboj pričom určili, že prvý bude strieľať prvý (najslabší) strelec, potom pôjde druhý strelec a nakoniec pôjde ten najlepší a budú sa striedať pokiaľ budú aspoň dvaja živí. Na koho má vystreliť prvý hráč aby mal najväčšiu šancu prežiť?