Seriál — Geometrie I.

Těžiště a moment setrvačnosti v geometrii

Úvod

Na téma letošního seriálu mě přivedla série článků Doc. Jaromíra Šimšy v časopisu Rozhledy matemeticko-fyzikální, ročník 97. Články jsou o velice zajímavé a ne příliš známé metodě (rozuměj: já jsem ji neznal), jak lze „fyzikálně“ nahlížet na řadu geometrických tvrzení, ne vždy triviálních. Jak již název nenapovídá, budeme se zaměřovat na vybrané věty z geometrie trojúhelníka a čtyřúhelníka. Teorie je sice inspirována fyzikou, ale nebojte se, vše budeme dělat „čistě matematicky“. No tak to by snad na úvod stačilo.

Těžiště

Definice. *Hmotným bodem* nazveme dvojici (X, m), kde X je bod v rovině a m reálné číslo. Číslo m nazveme *hmotnost* bodu X.

Poznámka: Někdy budeme říkat „hmotný bod X“ a budeme tím rozumět hmotný bod (X, m). Nedorozumění snad nehrozí.

Poznámka: Omezení na rovinu je zbytečné. Vše lze dělat např. v prostoru.

Množině hmotných bodů budeme říkat *soustava*[1] a budeme ji psát do hranatých závorek (např. $S = [(A, 1), (A, 3), (B, -2)]$ je soustava. Označíme m_X součet hmotností všech bodů v soustavě X, tj. „celkovou hmotnost soutavy“ (tedy $m_S = 1 + 3 - 2 = 2$).

Definice. Bod T_S nazveme *těžištěm* soustavy $S = [(A_1, m_1), (A_2, m_2), \dots, (A_n, b_n)]$, pokud

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \overrightarrow{T_S A_i} = 0$$

Poznámka: $\overrightarrow{AB}$ zde značí vektor. Ti, co se s vektory nesetkali, mohou tuto definici bez obav ignorovat.

Věta 1. Pokud $m_S \neq 0$, pak existuje právě jedno těžiště soustavy S.

Důkaz: Provede se snadno z rovnosti

$$\overrightarrow{PT_S} \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \overrightarrow{PA_i},$$

[1] Je to trochu divná množina, protože v ní nevylučujeme ani dva naprosto stejné hmotné body. Takže lépe řečeno soubor.