Fyzikální úvahy v geometrii

Háňa Bendová

V této přednášce si víceméně hlavně na příkladech (které ale v tomto textu neuvádím) nastíníme, jak nám může trocha fyzikálních úvah dopomoci k velmi elegantním řešením některých geometrických úloh. Ač se to zdá neuvěřitelné, občas můžeme čistě fyzikálním náhledem na věc velice jednoduše získat různá geometrická tvrzení, která bychom jinak dokazovali složitě, nudně nebo dlouho … a úplně nejspíš to všechno dohromady. Nebudu se příliš rozepisovat, uvedu zde jen několik nejdůležitějších pojmů a základních poznatků, o kterých si myslím, že je dobré je mít při přednášce před sebou.

Těžiště

Definice. Hmotným bodem *nazveme dvojici* (X, m), *kde* X *je nějaký bod v prostoru a* m *jeho hmotnost.*

Definice. Těžištěm *soustavy hmotných bodů* $S = \{(X_1, m_1), \ldots, (X_n, m_n)\}$ *míníme bod* T, *pro který platí*

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \boldsymbol{XA_i} = 0$$

Pro těžiště soustavy hmotných bodů platí následující velice důležitá tvrzení:

Tvrzení. (Jednoznačnost) Každá soustava má právě jedno těžiště (pokud má nenulovou hmotnost, tj. součet hmotností všech jejích hmotných bodů).

Tvrzení. („Lepení“) Těžiště soustavy se nezmění, zaměníme-li libovolnou její podsoustavu hmotným bodem umístěným do těžiště této podsoustavy a mající její hmotnost.

Tvrzení. („Štěpení“) Těžiště soustavy se nezmění, zaměníme-li libovolný její hmotný bod (m, X) soustavou s těžištěm v bodě X a celkovou hmotností m.

Tvrzení. (Zákon páky) Pro těžiště T dvojice hmotných bodů (A, m_A), (B, m_B) platí

$$|AT| : |BT| = m_B : m_A$$

Možná Ti připadá, že ses zatím nic nedozvěděl(a) a pochybuješ o tom, že je takové povídání o těžišti k něčemu dobré – v geometrii?! Celý vtip spočívá v tom, že když člověk vhodně volí hmotnosti některých bodů a zkoumá jejich těžiště, dostane mnohdy téměř bez práce zajímavá tvrzení (o která na přednášce určitě nepřijdeš).

A to jsme se zatím bavili jen o těžišti. Co teprve když do geometrie přimícháme některé další fyzikální záležitosti, jako je třeba potenciální energie!

Potenciální energie, rovnováha sil

Tvrzení. (Princip minima) Nepůsobí-li na soustavu hmotných bodů žádná vnější síla kromě tíhové síly a reakcí neměnného vnějšího prostředí, nalezne klid pouze v místě, kde její potenciální energie nabývá lokálního minima, to jest tam, kde je její těžiště nejníže, co to zrovna jde.

Tvrzení. (Rovnováha sil) Hmotný bod setrvává v klidu, pokud je součet sil na něj působících roven nulovému vektoru.

To jsou jistě věci, které důvěrně znáš. Opět se nabízí otázka, jak jsou využitelné v geometri. Nuže, člověk musí mít trochu důvtipu, příslušnou geometrickou úložku si vymodeluje z vhodných hejblátek, provázků, kladek, závažíček a pak se prostě kouká, jak působí tíhová síla a jak funguje zmíněná rovnováha sil. Kupodivu se z toho dá leccos vykoukat.

Literatura

K této přednášce mě inspirovaly články Doc. Jaromíra Šimši z časopisu Rozhledy matematicko-fyzikální, ročník 97. (Archimédova statika v geometrii, Potenciální energie a rovnováha sil v geometrii) a také PraSečí seriál Libora Barta z roku 2000/2001, který v úvodu píše, že ho na toto téma přivedla táž série článků Doc. Šimši. Pokud vím, tyto články jsou celkem tři (kromě dvou výše zmíněných ještě Rotační setrvačnost v geometrii), jsou podle mě velice zajímavé a také velmi pěkně napsané. Moje přednáška z nich celá vychází, čili pokud Tě téma zaujalo a chceš se dozvědět něco víc, vřele doporučuji k přečtení.