

Úvod

Ak sa pozrieme kamkoľvek do prírody, zistíme, že prevažná väčšina útvarov je nepravidelných. Tieto útvary sa dá vyjadriť aproximáciou, tým však často dochádza k deformáciám a strate informácií. Predstavme si, že máme zmerať obvod nejakého ostrova. Jednou z možností je zmerať ho meradlom s nejakou dĺžkou. Po zopakovaní merania meradlom napr. polovičnej dĺžky, nameriame o niečo viac. Teoreticky je možné zmenšovaním dĺžky meradla dospieť k nekonečnej dĺžke ostrova.

Fraktálna geometria sa na rozdiel od tej klasickej zaoberá členitosťou objektov. Termín fraktál pochádza z latinského fractus – rozbitý. Matematická definícia tohto pojmu zatiaľ neexistuje, najbližšie k skutočnosti je zrejme definícia B. Mandelbrota:

Definícia 1. *Fraktál je množina, pre ktorú platí, že jej Hausdorfova dimenzia je väčšia než dimenzia topologická.*

Z problému skúmania dĺžky ostrova vyplýva jeden závažný dôsledok. Ak má totiž krivka nekonečnú dĺžku, mala by v rovine „zaberať o niečo viac miesta“ než krivka s konečnou dĺžkou. To „viac miesta“ sa nazýva Hausdorffova dimenzia a u fraktálov je vždy väčšia než topologická dimenzia. Priamka má topologickú dimenziu 1, štvorec 2, kocka 3 atď. Ak je obvod fraktálu $K = N * e^D$, kde N je počet úsečiek nutných k aproximácii, e je dĺžka úsečky a D je dimenzia, potom mierka $s = \frac{1}{N}$. Dosadením $K = 1$ sa Hausdorffova dimenzia

$$D_H = \frac{\log(N)}{\log(\frac{1}{s})}.$$

To znamená, že dimenzia fraktálu je neceločíselná.

Okrem Mandelbrotovej definície existuje aj tzv. všeobecná definícia:

Definícia 2. *Fraktál je taký útvar, že pri jeho zväčšení dostaneme opäť rovnaký obraz, bez ohľadu na mierku.*

Táto vlastnosť sa nazýva invariantnosť voči zmene mierky. Vezmime si taký strom. Z diaľky vidíme kmeň, z ktorého vyrastajú konáre. Po priblížení vidíme konár (predstavuje kmeň), z ktorého vyrastajú listy (predstavujú konáre) atď.

K vzniku teórie chaosu a s ňou súvisiacej fraktálnej geometrie významne prispeli počítače. Na prelome päťdesiatych a šesťdesiatych rokov sa matematik E. Lorenz snažil vymyslieť rovnice popisujúce správanie atmosféry. Vtedy boli malé výpočty už aj jednoduchých rovníc a tak si raz skrátil čas vykreslením len