

Escherovy obrázky a trocha matematiky k tomu

Martin Tancer

Úvod

Tato přednáška bude se trochu lišit od ostatních. Nebude v ní kladen až tak silný důraz na matematickou stránku. Jejím cílem je spíše seznámit s určitým druhem umění inspirovaným trochou matematiky. Jelikož je Prasátko matematický seminář, povíme si ale i něco matematického – především o symetriích roviny.

M. C. Escher

Maurits Cornelis Escher (1898–1972) byl nizozemský umělec známý především svými kresbami a grafikami, ve kterých zobrazuje paradoxy perspektivního kreslení, topologické útvary a rozvržení roviny na pravidelné obrazce. Některé z jeho obrázků si na přednášce určitě ukážeme.

Symetrie roviny

Nezanedbatelná část Escherova díla je zaměřená na symetrie roviny. Jeho obrázky vznikly na základě práce Györgyho Pólyi o 17 symetriích roviny. My si oněch 17 symetrií roviny popíšeme a budeme studovat, jak se poznají v obrázcích. Za tímto účelem si první zmíníme nějaké elementární symetrie, ze kterých pak poskládáme 17 grup⁷ symetrií roviny.

Elementární symetrie roviny

Pro účely této přednášky pro nás budou zajímavé následující symetrie roviny: posunutí, zrcadlení, klouzavé zrcadlení⁸ a otočení o 180° (středová souměrnost), o 120° , o 90° a o 60° . V obrázcích budeme používat značení jako na dalším obrázku.

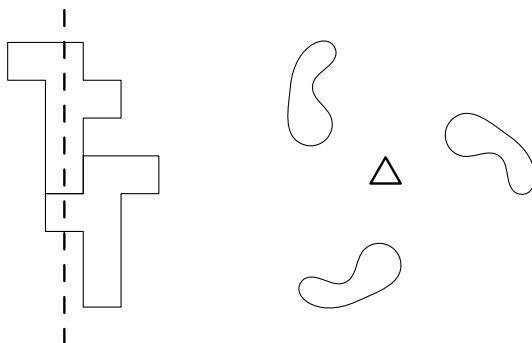
Pro posunutí žádné speciální značení mít nebudeme, bude patrné z takzvaných Escherových buněk.

⁷Slova grupa se, prosím, nelekni. Má určitý matematický význam, který odpovídá kontextu, nicméně pro nás onen matematický význam bude naprosto nepodstatný. Vždy, když v textu narazíš na pojem grupa symetrie roviny, představuj si pod ním soubor pravidel, kterými se dané symetrie řídí.

⁸Překlad anglického glide reflection. Nejsem si vědom toho, že by existoval český termín.

—————	zrcadlení	△	střed otočení o 120°
- - - - -	klouzavé zrcadlení	◇	střed otočení o 90°
○	střed otočení o 180°	⬡	střed otočení o 60°

Značky pro různé druhy symetrií

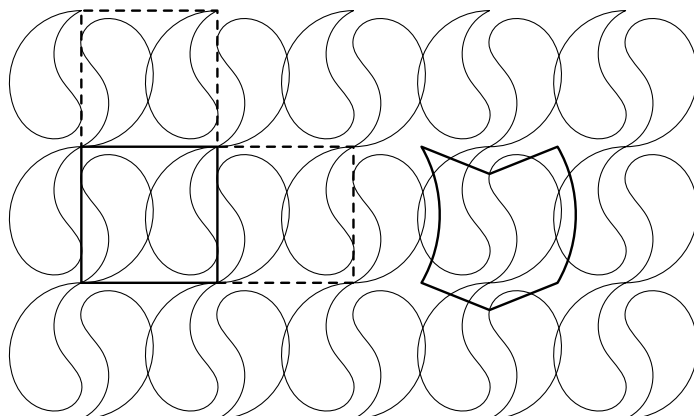


Příklady elementárních symetrií

Escherovy buňky

Definice. Escherovým obrázkem (alespoň v úvodní části přednášky) budeme rozumět takový obrázek v rovině, že existují dvě různá (nezávislá) posunutí v rovině, která obrázek nemění.

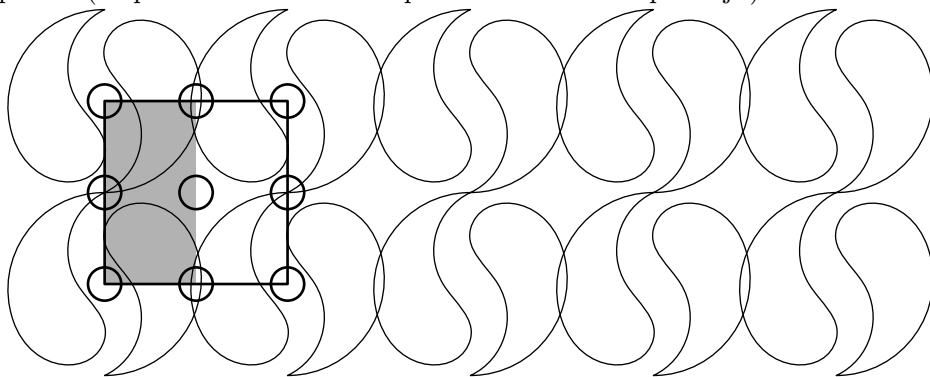
Definice. Escherovou buňkou budeme rozumět minimální takovou oblast v Escherově obrázku, že jejím posouváním lze už získat celý obrázek.



Na obrázku je vlevo vyznačena Escherova buňka s možným posunutím nahoru a doprava. Vpravo je vyznačena jiná možná volba Escherovy buňky, aby bylo poznat, že Escherova buňka není jednoznačná.

Symetrie obrázků – příklad

V této části si uvedeme příklad směřující k tomu, jak různé symetrie značit a poznat (na přednášce budeme mít příklad o trochu komplexnější).



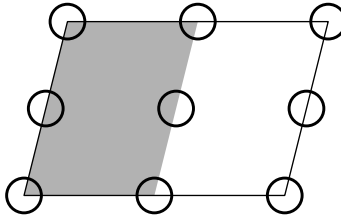
Chceme-li určit symetrie nějakého obrázku, zvolíme si nejprve nějakou (raději ne moc komplikovanou) Escherovu buňku. Potom hledáme elementární symetrie, které do obrázku zaznačíme. V tomto případě najdeme několik otočení o 180° . Dostaneme tak schéma symetrií obrázku. Šedá oblast na obrázku značí nejmenší motiv, který se opakuje, tj. v této šedé oblasti lze předečeslit libovolný obrázek. Potom už je zbytek jednoznačně určen.

Klasifikace symetrií

Jak jsme již zmínili v úvodu, je dohromady 17 grup (tříd) symetrií, které zkoumáme. Nakreslíme si zde k nim schématické obrázky. Hranice Escherovy buňky budeme kreslit tenkou čarou zatímco zrcadlení čarou tučnou.



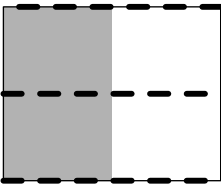
$p1$



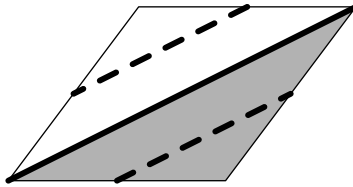
$p2$



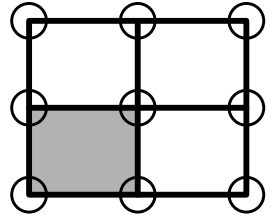
pm



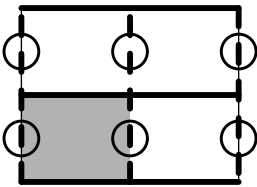
pg



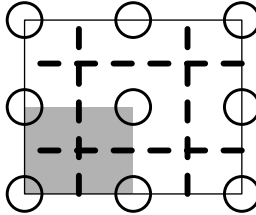
cm



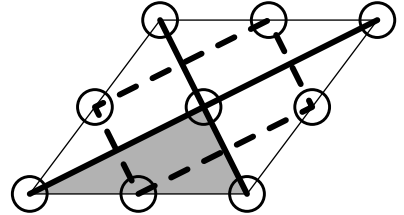
pmm



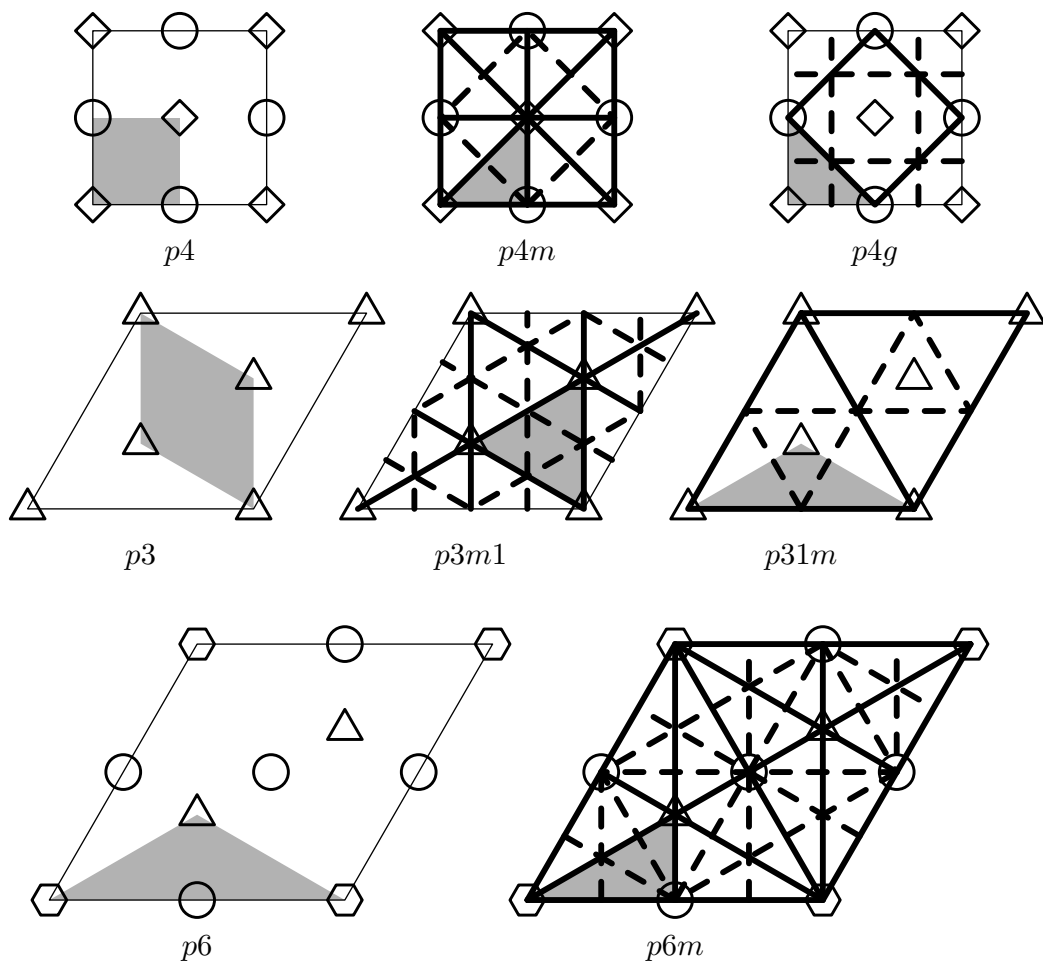
pmg



pgg



cmm



Obrázky

Príspevek by samozrejme byl neúplný bez toho nejdůležitějšího – obrázků. Proto si na následujících stránkách můžeš prohlédnout (alespoň černobíle) verze nějakých obrázků. Na procvičení můžeš zkusit k jednotlivým obrázkům přiřazovat grupy symetrie.

