

Polynomy 1

1. SERIÁLOVÁ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 2. PROSINCE 2024

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)
Nalezňte všechna reálná čísla q , pro které má polynom $x^4 - 40x^2 + q$ čtyři reálné kořeny, jež tvoří aritmetickou posloupnost.

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)
Najděte všechny dvojice polynomů $P, Q \in \mathbb{C}[x]$, jež splňují $Q(x^2) = (x+1)^4 - xP(x)^2$ pro všechny komplexní hodnoty x .

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)
Buď $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ polynom, který má stupeň 2024, vedoucí koeficient 1 a pro každé celé číslo n takové, že $1 \leq |n| \leq 1012$, splňuje $P\left(\frac{1}{n}\right) = n^2$. Najděte všechna další reálná čísla r , jež splňují $P\left(\frac{1}{r}\right) = r^2$.