Analytická geometrie III

3. seriálová série — Termín odeslání: 8. dubna 2024

Úloha 1. (5 bodů)

Na straně AB trojúhelníka ABC jsou dány body D a E tak, že platí $|AD| = |DE| = |EB|$ a body A, D, E, B leží na přímce v tomto pořadí. Dále nechť je M střed strany BC. Rovnoběžka se stranou AC, která prochází bodem D, protíná stranu BC v bodě F. Přímka EM protíná přímku AC v bodě P. Dokažte, že přímka AF prochází středem úsečky BP.

Úloha 2. (5 bodů)

Budiž ABC různostranný trojúhelník s kružnicí opsanou k. Tečny ke k v bodech A a B se protínají v bodě L_c, obdobně se tečny ke k v bodech A a C protínají v bodě L_b. Dále buďte I_b, I_c středy kružnic připsaných po řadě stranám AC, AB. Dokažte, že přímky L_bI_b, L_cI_c, a BC prochází jedním bodem.

Úloha 3. (5 bodů)

Uvnitř stran AB a AC trojúhelníka ABC leží po řadě body X a Y. Zvolíme bod P na úsečce CX a bod Q na úsečce BY tak, aby platilo $PQ \parallel BC$. Dále přímky PY a QX protínají stranu BC po řadě v bodech U a V. Dokažte, že přímky XQ, YP a chordála kružnic opsaných trojúhelníkům ABV a ACU prochází jedním bodem.