

# Analytická geometrie II

2. SERIÁLOVÁ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 5. ÚNORA 2024

Úlohy této série jsou řazeny podle obtížnosti, nikoliv nutně podle pořadí témat v seriálu.

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)

Nad stranami trojúhelníka  $ABC$  sestrojme čtverce  $ABB_1A_2$ ,  $BCC_1B_2$  a  $CAA_1C_2$ . Dále nechť  $K$ ,  $L$  jsou body takové, že  $C_1CC_2K$  a  $B_1BB_2L$  jsou rovnoběžníky. Dokažte, že trojúhelník  $AKL$  je pravoúhlý a rovnostranný.

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)

Pravidelný sedmiúhelník  $ABCDEFG$  má kružnici opsanou s poloměrem  $r$ . Nechť je  $H$  průsečík výšek trojúhelníka  $BCE$ . Dokažte, že platí  $|AH| = 2r$ .

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)

Je dán trojúhelník  $ABC$ . Kružnice jemu vepsaná má střed v bodě  $I$  a dotýká se stran  $AB$ ,  $AC$  po řadě v bodech  $D$ ,  $E$ . Nechť jsou  $D'$ ,  $E'$  takové body, že  $DD'$  a  $EE'$  jsou průměry kružnice vepsané. Dále nechť je  $M$  střed strany  $BC$  a  $Q$  průsečík přímek  $D'E'$  a  $BC$ . Dokažte, že přímky  $IM$  a  $IQ$  jsou na sebe kolmé.