

Prostory a roviny

2. PODZIMNÍ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: DD.MM.2024

ÚLOHA 1. (3 BODY)
Ondra má papír ve tvaru čtverce o straně délky 3. Poradte mu, jak z papíru vystříhnout souvislý útvar o obsahu 6, ze kterého pak bude moci složit krychli o hraně délky 1.

ÚLOHA 2. (3 BODY)
Alicka našla krychli o hraně délky 1 a obdélníkový proužek papíru 1×12 . Jak lze proužek obmotat kolem krychle tak, aby všechny její stěny byly v každém bodě pokryty dvěma vrstvami papíru? Proužek se smí přehýbat, ale ne stříhat.

ÚLOHA 3. (3 BODY)
Rozhodněte, zda existuje rovina, jejíž řez pravidelným dvanáctistěnem je pravidelný šestiúhelník.

ÚLOHA 4. (5 BODŮ)
Planeta Čuník je dokonalá koule. Vědci z hlavního města Rypáček postavili supermoderní vesmírnou loď Ocásek s inovativním pohonem. Ocásek si každou vteřinu vybere nějakou přímku tečnou k Čuníku, na které se nachází, a popoletí po ní o libovolnou celočíselnou vzdálenost. Ocásek vyrazil na testovací misi, která začala v Rypáčku a skončila opět někde na povrchu Čuníka. Dokažte, že Ocásek na misi uletěl sudou celočíselnou vzdálenost.

ÚLOHA 5. (5 BODŮ)
Rozhodněte, zda lze šest hran libovolného nedegenerovaného čtyřstěnu rozdělit na dvě trojice tak, aby z každé z nich šel poskládat nedegenerovaný trojúhelník.

ÚLOHA 6. (5 BODŮ)
V PraSeploše stojí několik měst. Mezi každou dvojicí měst vede nanejvýš jedna silnice. Silnice se smí libovolně klikatit, ale nemohou se křížit (ani mimoúrovňově).¹ Dokažte, že z nich lze udělat jednosměrné silnice tak, aby z každého města šlo vycestovat nanejvýš třemi silnicemi.

ÚLOHA 7. (5 BODŮ)
V prostoru je dán mnohostěn M a uvnitř něj bod P , kterým prochází několik (alespoň jedna) přímek ℓ_1, \dots, ℓ_n . Význačnou přímkou stěny mnohostěnu M nazveme tu z přímek ℓ_1, \dots, ℓ_n , která s její rovinou svírá největší úhel. Svírá-li více přímek tentýž největší úhel, volíme za význačnou libovolnou z nich. Dokažte, že existuje stěna mnohostěnu M , která je protnuta svou význačnou přímkou.

ÚLOHA 8. (5 BODŮ)
Úhlopříčky základny $ABCD$ čtyřbokého jehlanu $ABCDS$ jsou navzájem kolmé. Navíc je jejich průsečík P zároveň kolmým průmětem vrcholu S na základnu. Dokažte, že všechny čtyři kolmé průměty bodu P na roviny ABS , BCS , CDS a DAS leží na jedné kružnici.

¹Formálně řečeno tedy města a silnice představují *nakreslení rovinného grafu*. O rovinných grafech se lze více dozvědět v seriálu *Letem grafovým světem* zde: <https://prase.cz/archive/34/serial2.pdf>.