

Teorie nejen čísel 2

2. SERIÁLOVÁ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 8. ÚNORA 2021

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)
Najděte všechna kladná prvočísla p , pro něž existuje přirozené číslo n splňující $p - 1 \mid 2n + 2$ a zároveň $p \mid 2^{n-1} + 3$.

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)
Přirozená čísla a, x, y splňují $x^2 - (a^2 + 1)y^2 = 1$. Dokažte, že $a^2 \mid x - 1$.

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)
Je dáno přirozené číslo k takové, že $p = 4k - 1$ je prvočíslo. Dále po dvou nesoudělná přirozená čísla x, y, z splňují $x^2 + y^2 = z^k$. Dokažte, že $p \mid xy(x^2 - y^2)$.