

Projektivní geometrie II

2. SERIÁLOVÁ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 3. ÚNORA 2020

Úlohy této série jsou řazeny podle témat, nikoliv podle obtížnosti.

ÚLOHA 1. (5 BODŮ)
Mějme tětiový čtyřúhelník $ABCD$. Předpokládejme, že v něm existuje bod X splňující $|\sphericalangle XAB| = |\sphericalangle XBC| = |\sphericalangle XCD| = |\sphericalangle XDA|$. Dokažte, že $ABCD$ je harmonický.

ÚLOHA 2. (5 BODŮ)
Mějme tři kružnice α, β, γ , z nichž každé dvě jsou na sebe kolmé. Nechť X_1, X_2 jsou průsečíky α, β , dále nechť Y_1, Y_2 jsou průsečíky β, γ . Nakonec budiž Z jeden z průsečíků α a γ . Dokažte, že kružnice opsané trojúhelníkům X_1Y_1Z a X_2Y_2Z se dotýkají v jednom bodě.

ÚLOHA 3. (5 BODŮ)
Mějme konvexní čtyřúhelník $ABCD$. Předpokládejme, že kružnice nad průměry AB a DC se protínají v bodech X a Y . Označme P průsečík AC, BD a Q průsečík AD, BC . Dokažte, že P, Q, X, Y leží na jedné kružnici.