Projektivní geometrie I

1. seriálová série — Termín odeslání: 2. prosince 2019

Úloha 1. (5 bodů)
Mějme trojúhelník ABC s těžištěm G. Označme středy stran AB a AC postupně M a N. Dále mějme na straně BC body D a E, přičemž platí $|BD| = |DE| = |EC| = \frac{|BC|}{3}$. Dále nechť K je průsečík přímek AD a BN a obdobně nechť L je průsečíkem přímek AE a CM. Dokažte, že A, G a průsečík přímek DL a EK leží na jedné přímce.

Úloha 2. (5 bodů)
Mějme tečnový čtyřúhelník $ABCD$. Nechť K, L, M a N jsou po řadě body dotyku kružnice vepsané se stranami AB, BC, CD a DA. Označme X průsečík přímek AB a CD a Y průsečík přímek AD a BC. Dále nechť P je průsečík přímek XL a YM. Obdobně definujme bod Q jako průsečík přímek XN a YK. Dokažte, že body A, P a Q leží na jedné přímce.

Úloha 3. (5 bodů)
Nechť O je v konvexním čtyřúhelníku $ABCD$ průsečík uhlopříček. Osy úhlů AOB, BOC, COD, DOA protínají strany čtyřúhelníku AB, BC, CD, DA postupně v bodech M, N, P, Q. Dokažte, že přímky MQ, NP a BD se protínají v jednom bodě.