

# Pravděpodobnost III

3. SERIÁLOVÁ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 8. DUBNA 2019

ÚLOHA 1.

(5 BODŮ)

Každá z náhodných veličin  $X, Y$  může nabývat pouze hodnot z množiny  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Víme, že existuje konstanta  $c$  taková, že pro libovolná  $i, j$  z této množiny platí

$$P(X = i \cap Y = j) = c \cdot (i + j).$$

Jsou dané veličiny nezávislé?

ÚLOHA 2.

(5 BODŮ)

Kuba se živí psaním scénářů romantických seriálů. Právě píše scénář, ve kterém je deset postav, přičemž pro každou dvojici z nich si Kuba hodil férovou mincí, aby se rozhodnul, zda se do sebe daní dva lidé zamilují. Jeden člověk tak může být zamilován do libovolného počtu jiných lidí. Každí tři různí lidé, kteří se do sebe navzájem zamilují, tvoří *milostný trojúhelník*. Dokažte, že počet milostných trojúhelníků je alespoň 30 s pravděpodobností nejméně jedna polovina.

ÚLOHA 3.

(5 BODŮ)

Do ZOO přišlo  $n$  různě vysokých orgů a  $n + 1$  různě vysokých účastníků. Orgové si v náhodném pořadí stoupli do fronty, aby se mohli pokochat pohledem na roztomilé tuleně. Účastníci si mezitím v náhodném pořadí stoupli do jiné fronty, aby se mohli kochat pohledem na rozkošné lachtany. Každý vidí na dané zvíře právě tehdy, když je vyšší než všichni, kteří stojí ve frontě před ním. O kolik se liší rozptyl náhodné veličiny  $O$ , která značí počet orgů vidících na tuleně, od rozptylu náhodné veličiny  $U$ , která značí počet účastníků vidících na lachtany?