

Doprava

3. JARNÍ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 8. DUBNA 2019

ÚLOHA 1. (3 BODY)
Michal byl na dovolené v Indii a jednoho dne si vyrazil na procházku se slonem Bimbem. Když šel ve stejném směru, jako kráčel Bimbo, došel od jeho paty k chobotu na 30 kroků. Pak šel stejně rychle v opačném směru a udělal během cesty od Bimbova chobotu k patě 15 kroků. Jak dlouhý je Bimbo?

ÚLOHA 2. (3 BODY)
Rado se prochází po Manhattanu, kde ulice tvoří čtverečkovou síť. Vždy, když dojde na křižovatku, si hodí mincí a podle toho, co padne, zahne buď doleva, nebo doprava. Mohl mít takové štěstí, že po 2019 ušlých úsecích skončil tam, kde začínal?

ÚLOHA 3. (3 BODY)
Pan a paní Novákoví šli se 4 dalšími manželskými páry na autodrom. Každý člověk si půjčil vlastní autíčko a během ježdění do sebe některá autíčka vrážela. Manželé do sebe ovšem nikdy nevrážili. Po skončení jízdy se pan Novák zeptal všech 9 ostatních zúčastněných, s kolika různými lidmi se srazili. K překvapení všech dostal od každého jinou odpověď. S kolika různými lidmi se srazila paní Nováková?

ÚLOHA 4. (5 BODŮ)
V Tramvárii se nachází p tramvajových zastávek, kde p je prvočíslo. Mezi každými dvěma zastávkami vede právě jedna přímá kolej, z nichž žádné dvě se nesetkávají jinde než na zastávce. Kolik nejvíce může v Trámvárii jezdit okružních tramvajových linek přes všechny zastávky, pokud žádné dvě linky nesmějí jet po stejné koleji?

ÚLOHA 5. (5 BODŮ)
Anička jela na hory. Sjezdovky v lyžařském středisku se potkávají v nanejvýš 99 křižovatkách, přičemž mezi dvěma křižovatkami vede vždy maximálně jedna sjezdovka. Žádné dvě křižovatky nejsou ve stejné výšce a na lyžích se dá sjíždět jen dolů. Ukažte, že úseky mezi křižovatkami lze rozdělit na modré a červené takovým způsobem, že Anička není schopná sjet přímo za sebou deset úseků stejné obtížnosti (barvy).

ÚLOHA 6. (5 BODŮ)
Na souostroví Prasopágy mají velmi zvláštní systém podzemní dopravy – každý ostrov je spojen přímou linkou metra právě se třemi jinými ostrovy. Bylo rozhodnuto, že je pro větší přehlednost třeba jednotlivé úseky metra označit zelenou, žlutou a červenou barvou. Aby bylo byrokracii učiněno zadost, bude úseky střídavě obarvovat ministr dopravy a ministr kultury, přičemž ministr dopravy začíná. V každém kroku si tedy příslušný ministr vybere jeden úsek metra a obarví ho libovolnou barvou. Ministr dopravy by chtěl metro obarvit tak, aby se na žádném ostrově nepotkávaly úseky všech tří barev. Ministr kultury si naopak přeje, aby se na nějakém ostrově linky všech tří barev setkaly. Který z nich umí své přání prosadit?

ÚLOHA 7.

(5 BODŮ)

V Americe se nachází n měst, která jsou spojena jednosměrnými leteckými linkami. V každém z těchto měst se nachází pamětihodnost. Cestovní kancelář chce zřídit v některých amerických městech pobočky, aby ke každé pamětihodnosti mohla uspořádat zájezd začínající v některé ze svých poboček za pomoci nejvýše dvou leteckých linek. Zároveň si chce počínat ekonomicky – nechce, aby měla pobočky ve dvou městech spojených leteckou linkou. Dokažte, že to vždy může zařídit.

ÚLOHA 8.

(5 BODŮ)

V Chrochrostánu je m měst, přičemž některé dvojice měst jsou spojeny železnicí. Je známo, že z každého města vede přesně $2nk$ železničních tratí. V Chrochrostánu dále sídlí mn přepravních společností a každá by ráda provozovala právě k tratí. Každá společnost přitom chce, aby všechny její tratě začínaly ve stejném městě. Dokažte, že si tak společnosti tratě skutečně umí rozdělit.