

Pravděpodobnost II

2. SERIÁLOVÁ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 4. ÚNORA 2019

ÚLOHA 1.

Stádečko 250 PraSátek se rozhodlo uspořádat filmovou noc. Začala tím, že vyrobila seznam 100 filmů a z nich nyní chtějí vybrat nějaké, které pak budou promítat. Každé PraSátko má přitom seznam deseti filmů, které se mu líbí, a seznam deseti filmů, které se mu nelíbí (jednotlivé seznamy se mohou libovolně překrývat).

- (a) Dokažte, že můžeme vybrat nějaké filmy tak, že každé PraSátko uvidí alespoň jeden film ze seznamu těch, které se mu líbí, ale nejvýše devět filmů ze seznamu těch, které se mu nelíbí. (3 BODY)
- (b) Dokažte, že je to možné, i pokud přidáme podmínku, že vybraných filmů musí být nejvýše 50. (2 BODY)

ÚLOHA 2.

Noe vzal na archu n dvojic zvířat. Když po několika dnech začal být hladový, rozhodl se, že vybere k náhodných zvířat a sní je. Jaká je střední hodnota počtu *různých* druhů zvířat, která Noe vybral?¹

ÚLOHA 3.

Na Matfyzu se sešlo n informatiků a matematiků, přičemž každý matematik zná alespoň jednoho informatika. Ukažte, že můžeme vybrat takovou skupinu matfyzáků o velikosti alespoň $n/2$, aby uvnitř ní každý matematik znal lichý počet informatiků. (5 BODŮ)

¹Pokud například Noe vybral lva, lvici a jednorožce, jedná se o dva různé druhy.