Teorie grup I – Moc abstrakce

1. seriálová série — Termín odeslání: 4. prosince 2017

Tato série je součástí letošního seriálu o grupách, jehož text nalezneš na našem webu: http://mks.mff.cuni.cz/commentary/C/serie1s/uvod1s.pdf

Úloha 1. (5 bodů)
Mějme grupu G, ve které pro každý prvek g platí $g^2 = e$. Ukažte, že G je abelovská.

Úloha 2. (5 bodů)
Uvažte následující dvě grupy: G je grupa, jejíž prvky jsou všechna kladná racionální čísla s binární operací jejich klasického násobení. Naproti tomu H je grupa všech polynomů v jedné proměnné s celočíselnými koeficienty a její binární operací je běžné sčítání polynomů. Ukažte, že $G \simeq H$.

Úloha 3. (5 bodů)
Nechť G je grupa a N nějaká její normální podgrupa, přičemž faktorgrupa G/N je nekonečná cyklická. Dokažte, že pak pro každé přirozené n existuje podgrupa $H \leq G$ s indexem n.