

# Stereometrie

2. JARNÍ SÉRIE

TERMÍN ODESLÁNÍ: 6. BŘEZNA 2017

ÚLOHA 1. (3 BODY)  
Stěnové úhlopříčky kvádrů mají délky  $a$ ,  $b$  a  $c$ . Jakou délku má jeho tělesová úhlopříčka?

ÚLOHA 2. (3 BODY)  
Když Mírek umřel, rozhodla se mu ostatní PraSátka postavit monumentální hrobku ve tvaru „pravoúhlé pyramidy“, tedy čtyřbokého jehlanu se všemi trojúhelníkovými stěnami pravoúhlými. Poraďte jim, jak by taková pyramida měla vypadat. Tedy pokud takové pyramidy existují, určete délky hran jedné z nich, jinak vysvětlete, proč neexistují.

ÚLOHA 3. (3 BODY)  
Když si Kuba hrál se svým oblíbeným pravidelným čtyřstěnem, všiml si, že na zem vrhá čtvercový stín. Je to možné, nebo měl jen halucinace? Svou odpověď podrobně dokažte. Předpokládejte, že máme jeden zdroj světla umístěný v nekonečnu, takže jsou světelné paprsky rovnoběžné.

ÚLOHA 4. (5 BODŮ)  
Kolem Slunce obíhalo do roku 2006 devět planet. Slunce považujeme za kouli, planety za body v prostoru. Ukažte, že na Slunci existoval bod, z něž byly vidět nejvýše tři planety.<sup>1</sup>

ÚLOHA 5. (5 BODŮ)  
Ježibaba Zuzka dala princovi Pepovi za úkol rozdělit pětiboký kolmý hranol na jehlany s podstavami v podstavách daného hranolu. Podaří se mu to a zachrání princeznu, nebo jí propadne hrdlem?

ÚLOHA 6. (5 BODŮ)  
V prostoru se vznášejí kružnice  $k$  a bod  $A$  mimo rovinu danou kružnicí  $k$ . Označme  $B$  kolmou projekci bodu  $A$  do dané roviny. Uvažme libovolný bod  $C$  kružnice  $k$  a kolmou projekci  $D$  bodu  $B$  na přímkou  $AC$ . Ukažte, že existuje kružnice  $l$  taková, že nezávisle na volbě bodu  $C$  bude bod  $D$  ležet na  $l$ .

ÚLOHA 7. (5 BODŮ)  
Mějme danou sféru<sup>2</sup> a body  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$  takové, že každá z úseček  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  se dané sféry dotýká. Dokažte, že tyto čtyři body dotyku leží v jedné rovině.

ÚLOHA 8. (5 BODŮ)  
Mějme konvexní mnohostěn s devíti vrcholy. Zvolíme jeden jeho vrchol a mnohostěn osmkrát posuneme tak, že při každém posunutí se tento vrchol přesune do nějakého jiného vrcholu zadaného tělesa. Rozhodněte, zda nějaké dva ze vzniklých devíti shodných mnohostěnů musí mít průnik s nenulovým objemem.

---

<sup>1</sup>Planeta je viditelná z bodu  $A$  na povrchu Slunce, pokud se nalézá v poloprostoru, který má hraniční rovinu tečnou ke Slunci v bodě  $A$  a neobsahuje Slunce. Do poloprostoru zahrnujeme i hraniční rovinu.

<sup>2</sup>Sféra se středem v bodě  $S$  a poloměrem  $r$  je množina bodů v prostoru, které mají od  $S$  vzdálenost  $r$ .