Prázdniny

1. PODZIMNÍ SÉRIE TERMÍN ODESLÁNÍ: 3. ŘÍJNA 2016

ÚLOHA 1. (3 BODY)

Při potápění v Karibiku objevilo PraSátko poklad – tři zavřené truhly s cedulkami *zlaté mince*, *diamanty* a *zlaté mince a diamanty*. Jak ale praví legenda, žádná cedulka není umístěna správně. Pomozte PraSátku cedulky opravit, smíte-li z právě jedné truhly vytáhnout jeden kus pokladu bez dívání se dovnitř.

ÚLOHA 2. (3 BODY)

Rado byl na dovolené v Rovině. Jednoho večera se pohádal se svou prázdninovou láskou Sofií. A protože Rado všechno řeší fatalisticky, začal vztekle kreslit přímky mezi sebe a Sofii a křičet: „Opovaž se někdy překročit tuhle přímku! Ty budeš na své straně a já zas na své.“ Dokažte, že až se Rado uklidní, může od Sofie důstojně odejít libovolně daleko a nepřekročit přitom žádnou z nakreslených přímek.

ÚLOHA 3. (3 BODY)

Orgové na devíti kánoích sjížděli Vltavu z Vyššího Brodu do Krumlova. Jako vždy měli všichni zpoždění, a proto každá posádka vyjela v jiný čas. Kánoe celou dobu udržovaly konstantní rychlost, nicméně ne nutně všechny stejnou, a tak se občas předjížděly. Dokažte, že nemohla každá z posádek cestou potkat právě čtyři jiné posádky.

ÚLOHA 4. (5 BODŮ)

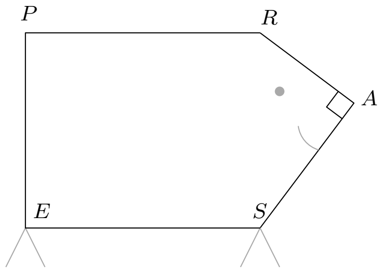
Pepa si na prázdniny od Štěpána půjčil jeho chloubu – tři 2016ciferná čísla, jejichž desítkové zápisy neobsahují nuly a liší se od sebe jen pořadím cifer, přičemž třetí číslo je součtem prvních dvou. Protože je ale Pepa roztržitý, tak ta čísla někde ztratil. Pomozte Pepovi nějakou takovou trojici čísel najít.

ÚLOHA 5. (5 BODŮ)

Marta našla na chalupě pastelky, a tak obarvila všechna přirozená čísla – každé buď červeně, nebo zeleně. Potom si všimla, že každou z obou barev použila alespoň jednou, součet dvou různobarevných čísel je vždy zelený a součin dvou různobarevných čísel je vždy červený. Ukažte, že součet a součin libovolných dvou červených čísel musí být červený.

ÚLOHA 6. (5 BODŮ)

Matěj měl o prázdninách narozeniny! Dostal k nim dort ve tvaru PraSátka – tj. pětiúhelníka $PRASE$ takového, že $PRSE$ je obdélník a RAS je (ne nutně rovnoramenný) pravoúhlý trojúhelník s pravým úhlem u A. Povšiml si, že obsah celého dortu je roven $|PR|^2$. Pak si ale uvědomil, že být o rok blíže smrti není vůbec šťastná událost a že do ní nechce PraSátko tahat, a proto se rozhodl předělat dort do nudnějšího čtvercového tvaru. Ukažte, že umí dvěma rovnými řezy rozdělit pětiúhelník na tři díly tak, že bude možné je přeskládat na čtverec (dílky je možné posouvat, otáčet, a protože je to odolný dort, tak dokonce i překlápět).



ÚLOHA 7. (5 BODŮ)

PraSe se rozhodlo expandovat do zahraničí a jako první cíl si vybralo Flatlandii. Organizátoři chtěli začít masivní billboardovou kampaní. Vypočítali, že nejefektivnější by bylo postavit billboardy přesně do středu spojnice každých dvou obcí (které považujeme za body). Na to by jim ale nestačil rozpočet, a proto obce přesunuli tak, aby se žádné dvě nepřekrývaly a billboardů bylo potřeba co nejméně. Kolik jich nakonec vylepili, pokud se ve Flatlandii nachází právě n obcí?

ÚLOHA 8. (5 BODŮ)

Tonda byl o prázdninách ve Vietnamu na návštěvě ve své rodné vesnici. Ta má tvar čtverce o straně délky dva kilometry, je v ní n bodových domů a v každém z nich bydlí jeden člověk. Ve 12:00 se Tonda začal sám doma nudit a rozhodl se, že v 19:00 uspořádá velikou party. Ihned se proto vydal obcházet svoje sousedy s pozváním. Jakmile některý z obyvatel vesnice informaci dostal, šel ji šířit mezi ostatní, kteří zatím odpočívali ve svých domovech, dokud se k nim informace nedonesla. Pokud všichni Vietnamci chodí rychlostí 3 km/h, rozhodněte, zda mohli nezávisle na n a rozmístění domů spolupracovat tak, aby se všech n obyvatel vesnice sešlo v 19:00 u Tondy doma.