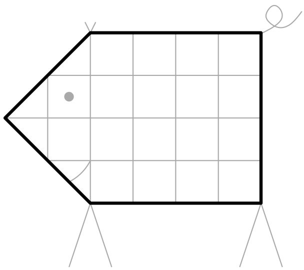
Pět

1. PODZIMNÍ SÉRIE — TERMÍN ODESLÁNÍ: 1. ŘÍJNA 2012

ÚLOHA 1. (3 BODY)

Rozdělte tělo PraSátka na pět shodných částí (šedé čáry nehrají roli).



ÚLOHA 2. (3 BODY)

Najděte pět po sobě jdoucích přirozených čísel[1], jejichž součet je pátou mocninou přirozeného čísla.

ÚLOHA 3. (3 BODY)

Standova oblíbená čísla jsou ta, která vzniknou součinem několika prvních přirozených čísel[2]. Ukažte, že zápis žádného Standova oblíbeného čísla nekončí přesně pěti nulami.

ÚLOHA 4. (5 BODŮ)

Alča napsala v nějakém pořadí na papír čísla 1 až 10 (každé jednou), přičemž začala sedmičkou. Neušlo jí, že pro každé $k = 1, \dots, 9$ byl součet prvních k čísel dělitelný tím následujícím. Dokažte, že posledním číslem na papíře byla určitě pětka.

ÚLOHA 5. (5 BODŮ)

Pětadvacet aktivních organizátorů (dále orgů) PraSátka chce začít pravidelně schůzovat. Přitom chtějí, aby platilo následující:

(i) každé schůzky se musí účastnit alespoň jeden org,
(ii) každé schůzky se musí účastnit jiná skupina orgů,
(iii) pro každé dvě různé schůzky musí existovat org, který se účastní obou z nich.

Kolik nejvíce schůzek může proběhnout? Popište, jak lze schůzky uskutečnit, a ukažte, že více se jich opravdu konat nemůže.

[1] Nulu za přirozené číslo nepovažujeme.
[2] Takovým číslům se říká *faktoriály* a značí se $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

ÚLOHA 6. (5 BODŮ)

Symbolem $S(n)$ značíme ciferný součet přirozeného čísla n. Najděte přirozená čísla a, b, c taková, že

$$S(a+b) < 5, \quad S(b+c) < 5, \quad S(c+a) < 5 \quad \text{a} \quad S(a+b+c) > 50.$$

ÚLOHA 7. (5 BODŮ)

Kružnice vepsaná pětiúhelníku $ABCDE$ se dotýká jeho strany BC v bodě P. Platí-li $|AB| = |BC| = |CD|$, dokažte, že přímka PE je kolmá na stranu BC.

ÚLOHA 8. (5 BODŮ)

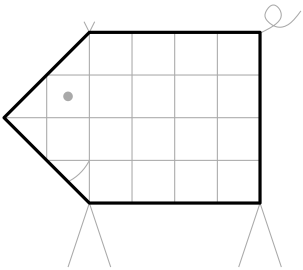
Mirek si do sešitu vypsal čísla $1, 2, \ldots, 500$ v neznámém pořadí. Když se ho Pepa zeptá na libovolných 250 čísel, Mirek mu řekne, v jakém pořadí se v jeho sešitu vyskytují. Na kolik nejméně otázek dokáže Pepa vždy s jistotou určit, v jakém pořadí má Mirek čísla v sešitu napsaná?

Pět

1. podzimní série Vzorové řešení

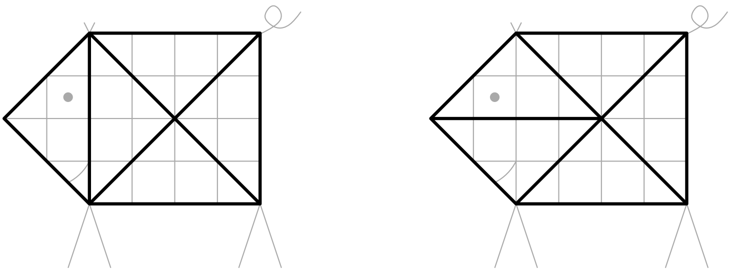
Úloha 1. (133; 132; 2,98; 3,0)

Rozdělte tělo PraSátka na pět shodných částí (šedé čáry nehrají roli).



(Josef Tkadlec)

Řešení:
Na obrázku vidíte dvě různá možná rozdělení prasátka.



Poznámky:
Úloha byla jednoduchá a nás při opravování těšil pohled na množství prasátek. Naprostá většina řešitelů tak dostala plný počet bodů :-) Přibližně pětina řešitelů poslala obě dvě možná řešení. Někteří se snažili své řešení odůvodnit, tentokrát nám ale opravdu stačil jen obrázek či slovní popis, jak byste prasátko rozdělili. *(Kristýna „Kikina“ Zemková & Viktor Szabados)*

Úloha 2.

(141; 141; 2,99; 3,0)

Najděte pět po sobě jdoucích přirozených čísel[3]*, jejichž součet je pátou mocninou přirozeného čísla.* *(Standa Mach)*

Řešení:
Označme a prostřední z pěti přirozených po sobě jdoucích čísel. Pak součet těchto pěti čísel je $(a-2)+(a-1)+(a)+(a+1)+(a+2)=5a$. Tento součet se má rovnat páté mocnině přirozeného čísla, tedy $5a=b^5$, $b \in \mathbb{N}$. Aby mohla rovnost nastat, musí být b dělitelné pěti, tedy $b=5c$, $c \in \mathbb{N}$, proto

$$a=\frac{5^5c^5}{5}=5^4c^5.$$

Dostáváme pětici po sobě jdoucích přirozených čísel:

$$5^4c^5-2,\quad 5^4c^5-1,\quad 5^4c^5,\quad 5^4c^5+1,\quad 5^4c^5+2,$$

jejíž součet je roven $(5c)^5$ pro libovolné $c \in \mathbb{N}$. Například pro $c=1$ má pětice 623, 624, 625, 626, 627 součet $3125=5^5$.

Poznámky:
Pro správné vyřešení úlohy samozřejmě stačilo najít libovolnou z nekonečně mnoha pětic vyhovujících zadání. Drtivá většina řešitelů měla úlohu naprosto správně, nejčastěji se vyskytovaly pětice se součtem 5^5, poněkud méně často pětice se součtem 10^5. Nicméně překvapilo mě řešení obsahující jediný řádek: $623+624+625+626+627=6125$. *(Míša Hubatová)*

Úloha 3.

(122; 120; 2,94; 3,0)

Standova oblíbená čísla jsou ta, která vzniknou součinem několika prvních přirozených čísel[4]*. Ukažte, že zápis žádného Standova oblíbeného čísla nekončí přesně pěti nulami.*

(Standa Mach)

Řešení:
Usporiadame Standove obľúbené čísla (faktoriály) podľa veľkosti. n-té číslo vznikne vynásobením $(n-1)$-ého faktoriálu číslom n, preto bude počet núl na ich konci s veľkosťou čísla narastať. Tento počet odpovedá najvyššej mocnine 10, ktorá ho delí – tá je rovná menšiemu z exponentov pri 2 a 5 v prvočíselnom rozklade.

Najprv sa zameriame na päťky: Prvá päťka nám pribudne pri piatom Standovom obľúbenom čísle $(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 2^3\cdot 3\cdot 5)$, druhá pri desiatom a tak ďalej. Piata by mala pribudnúť pri 25-tom čísle, ktoré ale vznikne z toho 24-tého vynásobením $25=5\cdot 5$. Exponent u pätky teda „preskočí“ číslo 5 na číslo 6.

Pozrime sa, koľko máme v 25-tom čísle dvojok: Exponent pri dvojke rastie pri každom párnom čísle, preto už v dvanástom Standovom čísle bude väčší ako 5.

Počet koncových núl teda bude do 24-tého Standovho čísla menší než 5, od 25-teho ďalej naopak väčší než 6. Žiadne z nich preto nebude končiť práve 5 nulami.

Poznámky:
Medzi riešeniami sa vyskytlo pár takých, kde ste jednoducho vyčíslili 24! a 25!. Síce to úlohu rieši, nie je to však tak pekné riešenie, ako sme chceli. Väčšina z Vás si ale uvedomila všetky dôležité veci a dotiahla riešenie do úspešného konca. Prišlo aj množstvo riešení, kde ste nenapísali priamo, že nuly neubúdajú alebo že máme dosť dvojok, ale myslím, že každý si to pri riešení úlohy uvedomil. Veľmi ma potešili riešenia, kde ste uviedli všeobecnejší vzorec, koľko núl má ktoré Standovo číslo. *(Dáška Krasnayová)*

---

[3] Nulu za přirozené číslo nepovažujeme.

[4] Takovým číslům se říká *faktoriály* a značí se $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdots n$.

Úloha 4. (133; 121; 4,45; 5,0)

Alča napsala v nějakém pořadí na papír čísla 1 až 10 (každé jednou), přičemž začala sedmičkou. Neušlo jí, že pro každé $k = 1, \dots, 9$ byl součet prvních k čísel dělitelný tím následujícím. Dokažte, že posledním číslem na papíře byla určitě pětka.

(Pepa Tkadlec)

Řešení:

Po sedmičce, která je dle zadání první, mohou následovat jen její dělitele 1 nebo 7. Protože se sedmička nesmí v posloupnosti opakovat, musí být druhým číslem 1.

Označíme poslední číslo x a vypočítáme součet všech ostatních čísel

$$1 + 2 + \cdots + 10 - x = \frac{10 \cdot 11}{2} - x = 55 - x.$$

Toto číslo je dělitelné posledním číslem x, proto x dělí 55.

Dělitele $55 = 5 \cdot 11$ z čísel $1, 2, 3, \dots 10$ jsou pouze 1 a 5. O jedničce ovšem víme, že musí být na druhém místě, takže posledním číslem může být jedině pětka.

Poznámky:

Většina řešitelů vyřešila úlohu na pět bodů, jen někteří zapomněli na to, že 55 dělí i jednička, čímž ztratili jeden bod. Část řešitelů ještě nalezla alespoň jednu posloupnost vyhovující zadání. To sice zadání nevyžadovalo, nicméně je dobré si uvědomit, že právě na podobných drobnostech se často zbytečně ztrácejí body.

Mezi řešeními se bohužel objevilo i několik pokusů o rozebírání všech možných posloupností, které vyhovují zadání. Nikomu se ovšem nepodařilo všechny tyto možnosti správně najít, a tak tito řešitelé dostali za svá řešení minimum bodů. *(Martin Töpfer)*

Úloha 5. (102; 93; 3,65; 3,0)

Pětadvacet aktivních organizátorů (dále orgů) PraSátka chce začít pravidelně schůzovat. Přitom chtějí, aby platilo následující:

(i) *každé schůzky se musí účastnit alespoň jeden org,*
(ii) *každé schůzky se musí účastnit jiná skupina orgů,*
(iii) *pro každé dvě různé schůzky musí existovat org, který se účastní obou z nich.*

Kolik nejvíce schůzek může proběhnout? Popište, jak lze schůzky uskutečnit, a ukažte, že více se jich opravdu konat nemůže. *(Alča Skálová)*

Řešení:

Budeme brát orgy jako množinu a schůzku jako nějakou její podmnožinu. Pokud tedy máme 25 organizátorů, podle známého vzorce může proběhnout 2^{25} schůzek dle pravidla (ii). Spárujeme schůzky tak, že ke každé přiřadíme schůzku odpovídající jejímu doplňku. Díky pravidlu (iii) nemohou proběhnout schůzky ze stejné dvojice, a tedy schůzek nemůže být více než dvojic, to je 2^{24}.

Nyní musíme ukázat, že opravdu lze vytvořit takový systém, aby mohlo proběhnout 2^{24} schůzí. K tomu stačí, když z každé dvojice vybereme právě jednu množinu. Ukážeme dvě možnosti, jak to provést.

Systém „superorga“. Jednoho orga označíme za superorga a z každé dvojice vybereme tu schůzku, která superorga obsahuje. Každé dvě množiny budou mít společného alespoň toho superorga.

Systém „nadpoloviční většiny“. Z každé dvojice vybereme tu schůzku, která má více orgů – tedy aspoň 13. Každé dvě schůze mají obě aspoň 13 orgů. Protože orgů je celkem méně než 26, musí mít nějakého orga společného, takže je splněna podmínka (iii).

Poznámky:
Přibližně třetina řešitelů vyřešila úlohu naprosto správně. Nalezla maximum, ukázala, že více schůzí nemůže proběhnout, a poté toto maximum zkonstruovala. Bohužel další polovina řešitelů předpokládala, že nejlepším systémem je zvolit jednoho organizátora, který bude na všech schůzích. Tím sice ukázala, že umí zkonstruovat řešení o 2^{24} schůzích, ale nedokázala, že schůzí nemůže být více. Tato řešení byla ohodnocena třemi body.

Zbytek se dopustil chyby při výpočtu jednotlivých kombinací, jak vyrobit skupinky po k lidech z 25. Těm tedy vřele doporučuji něco si o kombinačních číslech přečíst, například v naší knihovně na webu. *(Tomáš Kubelka)*

Úloha 6.

(70; 69; 4,90; 5,0)

Symbolem $S(n)$ značíme ciferný součet přirozeného čísla n. Najděte přirozená čísla a, b, c taková, že

$$S(a+b) < 5, \quad S(b+c) < 5, \quad S(c+a) < 5 \quad \text{a} \quad S(a+b+c) > 50.$$

(Pepa Tkadlec)

Řešení:
Označme $a+b=x$, $a+c=y$, $b+c=z$. Ze způsobu, jakým jsme x, y a z zavedli, vyplývá:

$$x+y-z=(a+b)+(a+c)-(b+c)=2a \geq 0.$$

Analogické vztahy platí i pro $2b$ a $2c$. Čísla x, y a z tedy musí splňovat trojúhelníkovou nerovnost.

Jelikož pracujeme s přirozenými čísly, lze $S(x) < 5$ přepsat jako $S(x) \leq 4$. Obdobně to platí i pro $S(y)$ a $S(z)$. Z vlastností ciferných součtů vyplývá

$$S(x+y+z) \leq S(x)+S(y)+S(z) \leq 12.$$

Dále můžeme odvodit

$$a+b+c=\frac{x+y+z}{2},$$
$$S(a+b+c)=S\left(\frac{x+y+z}{2}\right).$$

Po $a+b+c$ vyžadujeme ciferný součet větší než 50. Chceme tedy číslo $x+y+z$ „s malým ciferným součtem“, po jehož vydělení dvěma dostaneme číslo „s velkým ciferným součtem“. Pokud například vydělíme dvěma číslo 10 (ciferný součet 1), dostaneme číslo 5 (5-krát vyšší ciferný součet). Analogicky můžeme vzít číslo 1 111 111 111 110 (ciferný součet 12), které když vydělíme dvěma, dostaneme číslo 555 555 555 555 (ciferný součet 60).

Jenže číslo 1 111 111 111 110 se nám nepovede rozdělit na 3 čísla x, y, z s ciferným součty nejvýše 4, která splňují trojúhelníkovou nerovnost. To kvůli jedničce na začátku – to číslo z trojice x, y, z, které ji „dostane“, bude větší než součet zbylých dvou.

V dalším pokusu zkusíme obdobné číslo, jen s tím rozdílem, že na prvním místě nebude jednička. Shledáváme, že po vydělení čísel 211 111 111 110, případně 31 111 111 110 (ciferný součet 12) dvěma dostáváme čísla 105 555 555 555, 15 555 555 555 (ciferný součet 51, stále větší než 50).

Tato čísla již dokážeme rozdělit na součet $x+y+z$, například volíme-li

$$x=11\,110\,000\,000, \quad y=10\,001\,110\,000, \quad z=10\,000\,001\,110,$$

dopočítáme trojici

$$a=4\,445\,555\,555, \quad b=5\,554\,445\,555, \quad c=5\,555\,554\,445,$$

která splňuje zadání.

Poznámky:

Většina řešitelů se s úlohou poprala dobře. Někteří se spokojili s tím, že bez jakéhokoliv komentáře uvedli nalezená čísla (což bylo zcela v pořádku), jiní naopak svůj postup popisovali zbytečně obšírně. Když v textu byla obsažena alespoň jedna hledaná trojice, udělil jsem pět bodů – protože nalézt takovou trojici bylo to, co zadání žádalo. Stručným řešením se nedalo nic vytknout; v těch delších se velmi často vyskytovala nedokázaná (a mnohdy dokonce nesprávná) tvrzení, jako například „Toto jsou všechny trojice, které splňují zadání.“ nebo „Hledaná čísla musí být složena pouze ze čtyřek a pětek.“. Za takovéto nedůslednosti jsem ale body nestrhával.

Kromě správných řešení se vyskytl jeden pokus o důkaz, že taková čísla neexistují, dále jedno špatně přečtené zadání a jeden nadějně rozjetý pokus o řešení, bohužel nedovedený do konce. I tyto snahy vedly k dílčím výsledkům, takže byly oceněny patřičným počtem bodů.

Vymykalo se řešení Jakuba Šafina, který kromě nalezení konkrétní trojice čísel podal i důkaz, že všechna řešení jsou v určitém tvaru. Důkaz je ale příliš dlouhý, než aby se dal použít jako vzorové řešení. Výrazně více lidí objevilo, že když je řešením (a_0, b_0, c_0), pak je řešením rovněž $(10a_0, 10b_0, 10c_0)$.

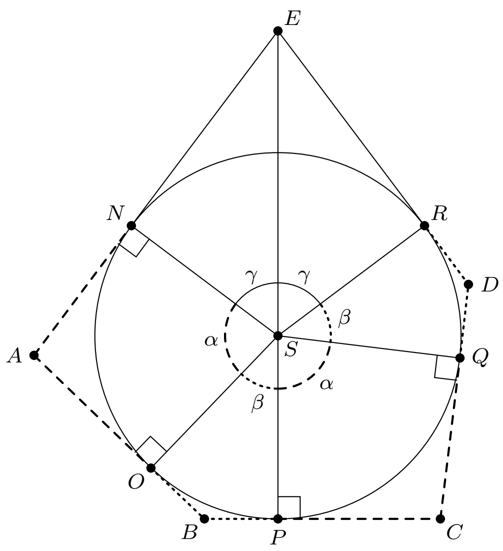
Nejoblíbenější uváděnou trojicí byla $(4554554554, 5445445445, 5545545545)$ spolu s tou ze vzoráku. Dále bylo nalezeno několik podobných. Výrazně se odlišovala ta, kterou nalezla *Kristýna Šudomová* – její číslo a bylo 5049504950495050505. *(Kuba Krásenský)*

Úloha 7.

(89; 74; 4,00; 5,0)

Kružnice vepsaná pětiúhelníku $ABCDE$ se dotýká jeho strany BC v bodě P. Platí-li $|AB| = |BC| = |CD|$, dokažte, že přímka PE je kolmá na stranu BC. *(Pepa Tkadlec)*

Řešení:



Označme S střed kružnice vepsané pětiúhelníku $ABCDE$ a její body dotyku se stranami EA, AB, CD a DE po řadě označme N,O, Q a R. Tvrzení o shodných tečnách[5] dává $|AN| = |AO|$,

[5]Tvrzení o shodných tečnách říká, že máme-li dvě různoběžné tečny jedné kružnice, pak vzdálenost jejich průsečíku od obou bodů dotyku je stejná.

$|BO| = |BP|$, $|CP| = |CQ|$, $|DQ| = |DR|$ a $|ER| = |EN|$. Protože ze zadání $|AB| = |BC|$, tak $|AO| = |AB| - |OB| = |BC| - |BP| = |CP|$. Čtyřúhelníky $SNAO$ a $SPCQ$ jsou shodné, shodují se totiž ve všech čtyřech stranách ($|AN| = |AO| = |CP| = |CQ|$ je ukázáno výše a $|SN| = |SO| = |SP| = |SQ|$ jsou poloměry kružnice) a navíc v pravých úhlech sevřených mezi tečnami a poloměry kružnice. Ze shodnosti čtyřúhelníků plyne rovnost velikostí úhlů $|\sphericalangle NSO| = |\sphericalangle PSQ| = \alpha$. Analogicky zjistíme také shodnost čtyřúhelníků $SOBP$ a $SQDR$, ze které plyne rovnost velikostí odpovídajících si úhlů $|\sphericalangle OSP| = |\sphericalangle QSR| = \beta$. Dále si všimneme shodných pravoúhlých trojúhelníků ENS a ERS (podle věty Ssu – společná strana ES, poloměr kružnice a pravý úhel) a z ní usoudíme poslední rovnost úhlů $|\sphericalangle ESN| = |\sphericalangle RSE| = \gamma$. Nyní ukážeme, že úhel PSE je přímý:

$$|\sphericalangle PSE| = |\sphericalangle OSP| + |\sphericalangle NSO| + |\sphericalangle ESN| = \alpha + \beta + \gamma = \frac{2\alpha + 2\beta + 2\gamma}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ.$$

Body P, S, E tedy leží na jedné přímce a protože tečna BC je kolmá na poloměr SE, tak je kolmá také na přímku PE.

Poznámky:
Přestože úloha měla být druhá nejtěžší v této sérii, tak se s ní překvapivě mnoho řešitelů bez problémů vypořádalo. Jenom hrstka z vás se nechala nachytat a tvrdila, že jediný vyhovující pětiúhelník je pravidelný. Potěšilo mě, že ve většině řešení byl přehledný obrázek, ale na druhou stranu se našlo několik opravdu vypečených důkazů, které se všemožnými prostředky snažily kamuflovat, že úlohu nevyřešily – nebo ještě hůře – že jí vlastně vyřešily. Obzvláště pěkným řešením, které se obešly bez zdlouhavého počítání úhlů kolem středu kružnice a pomohly si nějakým pěkným trikem, jsem udělil imaginární bod. *(Filip Hlásek)*

Úloha 8.

(55; 39; 1,71; 2,0)

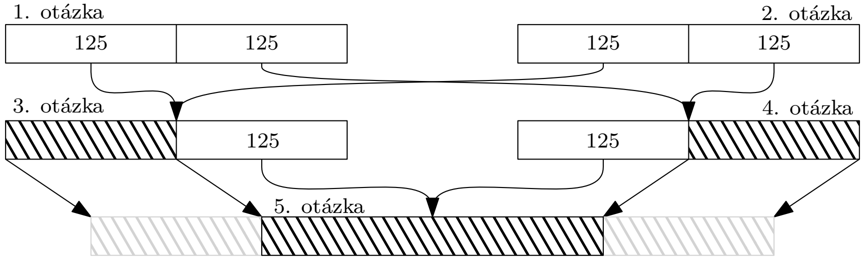
Mirek si do sešitu vypsal čísla $1, 2, \ldots, 500$ v neznámém pořadí. Když se ho Pepa zeptá na libovolných 250 čísel, Mirek mu řekne, v jakém pořadí se v jeho sešitu vyskytují. Na kolik nejméně otázek dokáže Pepa vždy s jistotou určit, v jakém pořadí má Mirek čísla v sešitu napsaná? *(Mirek Olšák)*

Řešení:
Pepa dokáže určit pořadí v Mirkově sešitu nejméně na 5 otázek. Nejprve ukážeme, že 5 otázek Pepovi stačí (konstrukce) a následně že neexistuje strategie, při které by mohl Pepa zjistit pořadí na 4 otázky (důkaz minimality).

Konstrukce

Pepův postup může být například následující:
1. otázka: Pepa se zeptá na čísla od 1 do 250, tuto uspořádanou 250-ici označí A.
2. otázka: Pepa se zeptá na čísla od 251 do 500, tuto uspořádanou 250-ici označí B. Všimněme si, že kdykoli je číslo mezi prvními 125 v Mirkově sešitě, je nutně mezi prvními 125 v A nebo mezi prvními 125 v B.
3. otázka: Pepa se zeptá na prvních 125 čísel z A a prvních 125 čísel z B. Prvních 125 čísel odpovědi bude prvních 125 čísel v Mirkově sešitě (v tomto pořadí).
4. otázka: Analogicky jako ve třetí otázce se Pepa zeptá na posledních 125 čísel z A a B a zjistí tak posledních 125 čísel v Mirkově sešitě.
5. otázka: Pepa se zeptá na zbylých prostředních 250 čísel, tím už bude znát přesné pořadí Mirkova sešitu.

Postup ukazuje následující obrázek, šrafované oblasti znázorňují čísla, jejichž pozici už Pepa najisto zná.

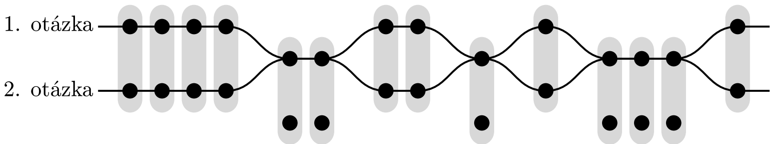


Důkaz minimality (volně podle Aničky Doležalové a Marty Kossaczké)

Předpokládejme, že existuje Pepova strategie na 4 otázky. Na základě ní najdeme uspořádání čísel v Mirkově sešitě, které tato strategie neurčí jednoznačně.

Rozdělíme si pozice čísel v Mirkově sešitě do 250 dvojic, spárujeme první s druhou, třetí s čtvrtou, … 499-tou s 500-tou. Na základě Pepovy strategie pro první dvě otázky uspořádáme čísla v Mirkově posloupnosti tak, že v obou prvních dvou otázkách se Pepa zeptá z každé dvojice na právě jedno číslo.

Pro první otázku to provedeme snadno. Pro druhou otázku stačí čísla, na která se Pepa ptá pouze v druhé otázce, umístit do stejných dvojic jako ta, na která se ptá pouze v první. Čísla, na která se neptá v první ani ve druhé otázce, pak dáme do dvojic k těm číslům, na která se ptal v obou. Schématická situace po 2. otázce je znázorněna na obrázku, puntíky jsou čísla, šedé ovály dvojice.

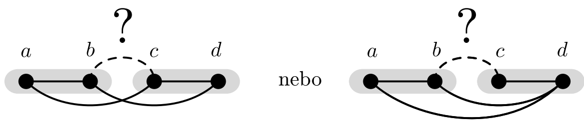


Sice jsme ještě neurčili pořadí čísel ve dvojicích, ale odpovědi na první dvě otázky na nich nezávisí. Ve třetí otázce se Pepa musí zeptat na některých 125 dvojic a ve čtvrté na zbylých 125 dvojic. Pokud by tak neučinil, existovala by dvojice, na kterou se Pepa neptal (v jedné otázce), a tak by nemohl určit, v jakém pořadí jsou čísla v této dvojici. Čtvrtá otázka tedy nezávisí na pořadí ve dvojicích, které Pepa zjistí ve třetí otázce.

Najdeme dvě po sobě jdoucí dvojice takové, že na jednu se bude ptát ve třetí otázce a na druhou ve čtvrté. Pozice čísel těchto dvou dvojic označme zleva doprava a, b, c, d. Teď čísla na těchto pozicích rozmístíme tak, aby Pepa nemohl určit, v jakém jsou pořadí. Rozebereme dva případy:

(i) V obou dvojicích je číslo z první otázky jiné než číslo z druhé. Pak čísla uspořádáme tak, aby čísla z první otázky ležela na pozicích a, c a čísla z druhé na pozicích b, d.

(ii) V některé ze zmiňovaných dvojic je číslo, na které se Pepa v prvních dvou otázkách neptal. Toto číslo umístíme na pozici b (je-li v první dvojici) nebo c (je-li v druhé).



V obou těchto případech se Pepa po 4. otázce dostane do stavu, kdy se nezeptal na vzájemné pořadí čísel na pozicích b, c. Tato čísla mohou být prohozena se zachováním odpovědí, takže Pepa nezná přesné pořadí čísel.

Poznámky:
Když jsem se podíval těsně po termínu na řešení odeslaná submitovátkem, zklamalo mě, že jsem tam nenašel žádný správný důkaz minimality. Častou chybou například bylo „Pokud by se Pepa zeptal na některé číslo x jen jednou, nemohl by za jistých okolností určit jeho pořadí. Takže se musí zeptat na každé číslo právě dvakrát, no a v takovém případě zase za těchto okolností nedokáže určit pořadí.“ Tento argument však vůbec nemyslí na to, že Pepa se o otázkách rozhoduje podle předchozích odpovědí. Pepa se může v průběhu rozhodnout, jestli se na něco zeptá jen jednou, a na co.

Za konstrukci na pět otázek jsem uděloval 2 body, za falešný důkaz pak nic. Dokonce i počty otázek, které jste tipovali, byly všelijaké, kromě správných pěti (víc už snad název série napovídat nemohl) se vyskytly i pokusy na 2, 4, 6 nebo 9 otázek. Naštěstí úlohu nakonec zachránily dvě řešitelky, které poslaly řešení poštou. Kam to ten svět spěje … :-) *(Mirek Olšák)*