✉ *Korespondenční seminář, KMA MFF UK, Sokolovská 83, 186 00 Praha 8 – Karlín* ✉

7. série

Téma: Komplexní čísla

Termín odeslání: 29. DUBNA 1996

1. ÚLOHA
Zjistěte, jestli existuje komplexní číslo z takové, že $\sin z = 2$. Pakliže ano, nalezněte nějaké takové.

2. ÚLOHA
Zobecněnou kružnicí v rovině nazveme libovolnou kružnici nebo přímku. Dokažte, že racionální lomená funkce

$$f(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

$ad - bc = 0 \ldots$ bod $\frac{a}{c}$

$z \neq 0$

(a, b, c, d jsou komplexní koeficienty) zobrazuje libovolnou zobecněnou kružnici opět na zobecněnou kružnici.

3. ÚLOHA
Nalezněte nutnou a postačující podmínku na koeficienty a, b, c, d racionální lomené funkce (viz. druhou úlohu), aby zobrazovala otevřený jednotkový kruh na sebe.

4. ÚLOHA
Mějme dány v rovině body $X \neq Y$ a úhly α, β tak, že $\alpha + \beta$ není celočíselný násobek 2π. Dokažte, že složením $R(X, \alpha) \circ R(Y, \beta)$ (kde $R(Z, \gamma)$ je otočení okolo bodu Z o úhel γ) je opět otočení. Popište, jak najdeme (geometricky) jeho střed.

5. ÚLOHA
Vrcholy pravidelného n-úhelníka jsou obarveny několika barvami tak, že vrcholy obarvené barvou j tvoří vždy právě vrcholy nějakého k_j-úhelníka. Dokažte, že mezi čísly k_j se vyskytují aspoň dvě stejná.

?pravidelného