

6. série

Téma: 18.3.1995

Termín odeslání: KOMBINATORIKA

1. ÚLOHA

Na kruhu jsou v nějakém pořadí napsány čtyři jedničky a pět nul. V jednom kroku provedeme následující změnu těchto čísel. Mezi každá dvě čísla napíšeme nové — mezi stejná čísla nulu, mezi různá čísla jedničku. Pak staré cifry smažeme. Tento krok opakujeme s novými čísly. Zjistěte, zda je možno tímto postupem získat samé nuly

2. ÚLOHA

Myš žere kostku sýra ve tvaru (duté) krychle o hraně 3 rozdělené na 26 krychliček — prostřední chybí. Začne s libovolnou krychličkou, pak přejde na některou sousední (se společnou stěnou). Toto stále opakuje. Může takto myška sežrat všechny sýrové krychličky?

3. ÚLOHA

Určete počet způsobů, jimiž lze uzávorkovat

- (a) n nekomutativních činitelů (tzn. nemůžeme měnit pořadí)
- (b) n komutativních činitelů (tzn. můžeme měnit pořadí).

4. ÚLOHA

Ve světě tvaru přímky je stěhování národů řízeno těmito pravidly

- (i) Na počátku existuje jen jeden národ (jeho polohu označíme jako nula).
- (ii) Vždy po sto letech se začnou všechny národy stěhovat. Každý národ se totiž rozdělil na dvě skupiny, jež se vzájemně nepohodly, a proto se rozešly na opačné strany (původní místo zůstalo volné). Po ujiti 100 mílí se každá skupina usídí na novém místě.
- (iii) Pokud při stěhování na totéž místo dojdou dvě skupiny, začnou spolu krvelačně válčit a ve chvílce se navzájem vyhladí.

Zjistěte, kolik národů bude v našem světě po n staletích a kde (v jaké vzdálenosti od nuly) budou tyto národy žít.

5. ÚLOHA

Nechť X je n prvková množina. Zjistěte, jaký je součet čísel $|A \cap B|$, pokud za (A, B) dosazujeme postupně všechny dvojice podmnožin množiny X . $|M|$ označuje počet prvků množiny M .