

5. série

Téma: 19.2.1995

Termín odeslání: DIRICHLETŮV PRINCIP

1. ÚLOHA

Nekonečný čtverečkovaný papír obarvíme 7 barvami. Dokažte, že lze vybrat 1948 řádků a 1989 sloupců tak, aby všechny jejich průsečíky měly stejnou barvu.

2. ÚLOHA

Těčko se skládá ze dvou kolmých úseček délky 2 takových, že koncový bod jedné z nich splývá se středem druhé (viz. obrázek). Rozhodněte, jestli lze do čtvece o straně 18 umístit

(a) 240

(b) 340

těček tak, aby byla po dvou disjunktní.

3. ÚLOHA

Hvězdička se skládá ze šesti úseček délky 1, vycházejících ze společného koncového bodu tak, že sousední svírají úhel 60° (viz. obrázek; na obou obrázcích délka 1 odpovídá jednomu centimetru). Rozhodněte, jestli lze do kruhu o poloměru 100 umístit

(a) 28001

(b) 34001

(c) 40001

hvězdiček tak, aby byly po dvou disjunktní.

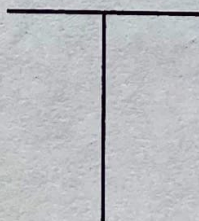
4. ÚLOHA

Dokažte, že mezi každými šesti nezápornými celými čísly lze najít x a y tak, že $x \neq y$ a

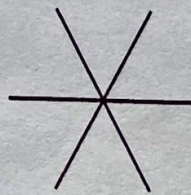
$$5|x - y| < (x + 1)(y + 1)$$

5. ÚLOHA

Místnost má tvar $3n$ -úhelníka (ne nutně konvexního). Dokažte, že do místnosti lze rozmístit n hlídačů tak, aby dohromady viděli celou místnost (hlídač vidí do všech směrů ale ne skrze zed').



TĚČKO



HVĚZDIČKA