

1. série

Téma: Velká čísla
Termín odeslání: 23. ŘÍJNA 1995

1. ÚLOHA

Najděte všechna $x \in \mathbb{N}$, pro která platí tento vztah:

$$1995! x^{666x} > 1995^{1995}.$$

2. ÚLOHA

Určete poslední trojčíslí (neboli zbytek při dělení tisícem) čísla $11^{11^{11}}$.

644
004

3. ÚLOHA

Dokažte, že dekadický zápis některé mocniny čísla $A = 1993^{1994^{1995^{1996^{1997}}}}$ končí skupinou A nul a cifrou 1, tj.

$$\dots j \underbrace{00 \dots 0}_A 1,$$

kde j je nenulová číslice.

4. ÚLOHA

Definujme posloupnost:

$$r_1 = 2, \quad r_{k+1} = 2^{r_k}.$$

Dokažte:

$$\exists n \in \mathbb{N}, \forall k \geq n: r_n \equiv r_k \pmod{1995}.$$

5. ÚLOHA

Určete poslední číslici čísla $(3 + \sqrt{7})^{k_{1995}}$ před desetinnou čárkou, kde

$$k_1 = 1995, \quad k_{i+1} = 1995^{k_i}.$$

Upozornění:

$$(a^b)^c \neq a^{b^c} = a^{(b^c)}$$