

3. série

Téma:

Planimetrie

Termín odeslání:

6. ÚNORA 1995

1. ÚLOHA

Jaká je plocha mezikruží zadaného kružnicí vepsanou a opsanou pravidelnému 1994-úhelníku, který má délku strany rovnu jedné?

2. ÚLOHA

Nechť je dán trojúhelník ABC . Zvolme na úsečce BC bod P různý od bodů B a C . Úsečka AP protíná kružnici vepsanou trojúhelníku ABC ve dvou bodech. Označme Q ten z nich, který je blíže k bodu A . Pro kterou volbu bodu P je poměr $\frac{|AQ|}{|AP|}$ minimální?

3. ÚLOHA

Nechť M je vnitřní bod trojúhelníka $A_1A_2A_3$. Přímka MA_1 , resp. MA_2 , resp. MA_3 protíná protější stranu trojúhelníka v bodě B_1 , resp. B_2 , resp. B_3 . Jak je nutno zvolit bod M , aby trojúhelníky A_2B_1M , A_3B_2M a A_1B_3M měly stejnou plochu?

4. ÚLOHA

Nechť body C a D dělí na třetiny tětivu AB kružnice k . Nechť P je bod kružnice k různý od bodů A a B . Přímka PD resp. PC protíná kružnici k v bodě E resp. F . Přímka EC resp. FD protíná kružnici k v bodě G resp. H . Přímka GF resp. HE protíná úsečku AB v bodě L resp. M . Potom $|AL| = |BM|$. Dokažte a pokuste se toto tvrzení zobecnit pro elipsu.

5. ÚLOHA

Nechť trojúhelník ABC je rovnoramenný, $|AB| = |AC|$. Nechť H je pata výšky v_a a E je pata kolmice spuštěné z bodu H na přímkou AB . Nechť M je střed úsečky HE . Pak jsou přímky AM a EC navzájem kolmé. Dokažte.