

## 2. série

Téma:

Permutace

Termín odeslání:

31. ŘÍJNA 1994

**Definice:** Necht  $\alpha = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ,  $\beta = [b_1, b_2, \dots, b_n]$  jsou dvě permutace čísel  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Řekneme, že  $\alpha$  a  $\beta$  jsou *úplně přeházené*, pokud  $a_i \neq b_i$  pro  $i = 1, 2, \dots, n$ .

### 1. ÚLOHA

(Rozcvička) Uspořádejte všech 24 permutací čísel  $\{1, 2, 3, 4\}$  tak, aby každé dvě po sobě jdoucí permutace byly úplně přeházené.

### 2. ÚLOHA

Dokažte, že pro  $n \geq 4$ , lze  $n!$  permutací čísel  $\{1, 2, \dots, n\}$  uspořádat tak, aby každé dvě po sobě jdoucí permutace byly úplně přeházené.

### 3. ÚLOHA

Necht  $\alpha$  a  $\beta$  jsou úplně přeházené permutace čísel  $\{1, 2, \dots, n\}$ , ( $n \geq 4$ ). Pak existují permutace  $\gamma$  a  $\delta$  tak, že každá z nich je úplně přeházená s  $\alpha$  i  $\beta$ . Dokažte.

### 4. ÚLOHA

Kolik je permutací čísel  $\{1, 2, \dots, n\}$ , které jsou úplně přeházené s permutací  $[1, 2, \dots, n]$ ?

### 5. ÚLOHA

Necht  $n = 9$ . Každou permutaci čísel  $\{1, 2, \dots, 9\}$  lze chápat jako zápis devíticiferného čísla v desítkové soustavě. Označme  $U$  množinu všech permutací, které jsou úplně přeházené s permutací  $[1, 2, \dots, 9]$ . Jaká je, při výše uvedené interpretaci, průměrná hodnota čísel z množiny  $U$ ?