

1. série

Téma: Dirichletův princip
Termín odeslání: 24. ŘÍJNA 1994

1. ÚLOHA

V rovině je dán čtverec o straně 6 a v něm 37 různých bodů. Dokažte, že existuje 5 bodů, které leží uvnitř nebo na hranici nějakého čtverce o straně 2.

2. ÚLOHA

Mějme Fibonacciho posloupnost, která je definována následovně: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ pro $n \geq 3$. Lze vyjádřit každé přirozené číslo jako součet (několika) různých Fibonacciho čísel?

3. ÚLOHA

V rovině je dáno n nekolineárních bodů x_1, \dots, x_n , z nichž některé jsou spojeny úsečkami (existuje alespoň jedna úsečka). Označme $p(x_k)$ počet bodů, s nimiž je x_k spojeno úsečkou. Je-li $p(x_k) = p(x_l)$, $k \neq l$, pak neexistuje x_j různé od x_l a x_k , že x_j je spojeno úsečkou s x_k i x_l . Dokažte, že pak existuje $x_j \in \{x_1, \dots, x_n\}$, že $p(x_j) = 1$.

4. ÚLOHA

Během semináře z matematické analýzy, na který se dostavilo pouze pět studentů, každý z přítomných studentů právě dvakrát usnul. Ke každé dvojici těchto studentů existoval okamžik, kdy spali oba z dvojice současně. Dokažte, že existoval okamžik, kdy spali alespoň tři studenti současně.

5. ÚLOHA

Mezi libovolnými osmi složenými čísly z množiny $\{1, 2, 3, 4, \dots, 360\}$ jsou vždy aspoň dvě soudělná. Dokažte.

Adresa

Korespondenční seminář

KMA MFF UK

Sokolovská 83

18600 Praha 8 - Karlín